

基于犹豫模糊语言术语的供应商多准则群决策研究

彭建刚^{1,2}, 夏光¹

(合肥工业大学 1. 汽车工程技术研究院, 安徽 合肥 230009; 2. 合肥共达职业技术学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 针对全球价值链环境下供应商科学决策问题, 提出基于不确定语言术语的多准则群决策模型。首先分别提取专家的偏好信息, 将偏好信息转化为犹豫模糊语言术语, 引入不确定语言变量进行词计算; 其次, 运用包络算子融合专家的偏好信息形成犹豫模糊语言术语集, 设计集成准则权重的相对贴近度进行产品供应商排序, 确定最满意供应商; 此外, 引入信息熵求解决策过程无先验知识的多准则权重; 计算结果表明: 3种信息熵参数条件下最满意汽车零部件供应商选择结果完全一致, 基于相对贴近度值的供应商优劣排序结果相对于信息熵参数变化不敏感; 验证了所提模型可行性、有效性和稳定性, 为汽车零部件供应商的实际评价与选择提供有益借鉴。

关键词: 犹豫模糊集; 信息熵; 多准则; 群决策

中图分类号: F270 文献标志码: A 文章编号: 1007-7375(2018)01-0073-10

A Research on Multiple Criteria Group Decision-making of Suppliers Based on Hesitant Fuzzy Linguistic Terms

PENG Jianguang^{1,2}, XIA Guang¹

(1. Institute of Automotive Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;
2. Hefei Gongda Vocational and Technical College, Hefei 230009, China)

Abstract: In order to make scientific decisions of suppliers under the global value chain environment, a multi-criteria group decision-making model based on uncertain linguistic terms was proposed. Preference information, first elicited from experts, was transformed into hesitant fuzzy linguistic terms and computed with words via uncertain linguistic variables. The expert group's preference information was then fused by the envelope operator and hesitant fuzzy linguistic term set built. Then the relative closeness coefficient was adopted to sort the production suppliers. Consequently, the most satisfactory supplier was selected. In addition, information entropy was proposed for solving the weights without prior knowledge of multi-criteria decision-making process. The results show that the most satisfactory selection results are the same under 3 different information entropy parameters. Moreover, the ranking results of the relative closeness coefficient for supplier selections are not sensitive to the change of information entropy parameters, which verifies the feasibility, effectiveness and stability of the proposed model. Therefore, the proposed model can provide a useful reference for the practical application of auto parts suppliers' evaluation and selection.

Key words: hesitant fuzzy sets; information entropy; multi-criteria; group decision-making

随着全球经济一体化进程加快, 价值链全球配置的趋势越来越明显。产品研发、设计、制造、销售和服务不再局限于单个企业、社会或国家, 企业在全球范围内整合资源, 寻求最有价值的产品供应商。

尹超等^[1-2]基于主观偏好指标权重和决策过程

的信息隐蔽性、模糊性, 建立了网络化外协加工资源选择的决策框架模型。Dursun等^[3]考虑供应商的多准则决策评估过程准则之间依赖性, 利用质量功能展开的概念开发供应商选择流程, 建立相关的供应商评估标准。秦娟等^[4]采用决策专家风险偏好与

收稿日期: 2017-09-13

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2016YFD0700604, 2016YFD0700605); 中央高校基本科研业务专项资金资助项目(JZ2016HGBZ1035); 安徽高校自然科学研究资助项目(KJ2017A891)

作者简介: 彭建刚(1970-), 男, 四川省人, 副研究员, 博士, 主要研究方向为工业工程、决策、多目标优化等。

评价指标关联的方法选择物流服务供应商。王妮等^[5]利用三阶段评价模型筛选虚拟企业的合作伙伴。刘学鹏等^[6]研究了两阶段供应商选择策略建立面向复杂产品制造的供应商候选库。钟金宏等^[7]采用群体层次分析法和线性加权法确定模型参数,计算候选供应商总成本,引入了信念度概念,建立了包含环境因素的复杂产品开发供应商评价体系。然而,在决策评价过程中,学术界和工业界面临需求信息模糊、专家评估信息不精确等现实决策难题,特别是针对语言术语的不确定性评价决策问题,亟待深入探究。

胡笑旋等^[8]在梳理复杂、重大决策面临深度不确定的研究现状基础上,总结了深度不确定环境下决策问题的特征和难点,全面综述了深度不确定环境下的决策分析方法,展望了该领域未来的研究方向。许叶军等^[9]针对不同语言粒度判断矩阵的偏好信息,提出了基于不同粒度语言判断矩阵的多属性群决策方法。不仅给出了不同粒度语言转换的准则,而且研究了不同粒度语言短语一致化函数及其性质,并通过算例验证了方法的实用性和有效性。李延来等^[10]针对质量屋工程特性的不准确性,引入广义关联关系的强度阈值,研究了基于粗糙集理论的质量功能展开中工程特性的确定问题。王晓暾等^[11]针对顾客需求表达的多粒度多语义,运用非平衡语言评估标度表征多粒度混合型顾客语言信息,研究了基于复杂语言术语的质量屋顾客需求重要度确定方法。刘培德等^[12]研究了直觉不确定语言信息的集成问题,阐释了直觉不确定语言的IULWAA、IULDWA和IULHA算子及其性质,提出一种属性权重确知且属性值以直觉不确定语言表征的多属性群决策方法。方辉等^[13]针对客户需求模糊性,提出了集成粗糙集和不确定语言的多属性决策方法减少语言型评价对设计方案决策的影响。彭勃等^[14]研究了基于纯语言有序加权调和平均和纯语言混合调和平均算子的多属性群决策问题,提出了虚拟企业中的合作伙伴的多属性群决策方法。吴坚等^[15]研究了模糊决策环境下的绿色供应商选择问题,提出了基于模糊语言形式的属性评价信息和属性权重的多属性决策方法,通过定义模糊语言评估标度并给出了其相应的梯形模糊数表达形式,运用连续区间数据(COWA)算子,把梯形模糊数转化为精确实数,得到方案的排序向量,并且给出了方案排序的敏感性分析方法。秦娟等^[16]考虑具有专家偏好关联及评估指标关联作用的物流供应商选择决策问题,提出基

于极大熵配置与Choquet积分的供应商选择群决策模型。Andrés等^[17]提出应用语言多准则决策模型求解信息和通信技术的供应商评估问题。

虽然针对多准则群决策问题,国内外学者已经取得了丰硕成果^[8-17]。但不难看出,求解语言术语不确定性的模糊多准则群决策问题还存在明显不足:现有方法偏重弱化决策者的主观不确定性与认知模糊性,无法充分反映决策者的风险偏好信息;在复杂词计算环境下,评估准则的重要程度难以量化;决策方案评估结果一致性不够理想。本文采用犹豫模糊集和上下文无关语法表征专家的不确定信息,引入信息熵计算准则权重系数,设计集成信息熵的相对贴近度进行候选方案优劣排序,提出产品供应商的多准则群决策模型(multi-criteria group decision-making problem, MGDM)。

1 预备知识

1.1 基于犹豫模糊集的语言术语不确定性表达

1.1.1 犹豫模糊语言术语集

自Zadeh^[18]提出模糊集(fuzzy set, FS)以来,模糊集理论在表达客观世界的复杂性和不确定性得到广泛应用,并衍生出诸多扩展类型^[19-21]。犹豫模糊集(hesitant fuzzy sets, HFSs)是Torra等提出表达人类认知和现实世界不确定性的一种扩展模糊集^[22-26],HFSs的包络是一个直觉模糊集^[27],其形式与模糊多集相同(运算法则不同)^[28];HFSs是Type-II型模糊集特例^[29];当集合中元素的隶属度存在犹豫或需要反映决策群体多类决策信息时,犹豫模糊集是一种非常有用的工具^[30]。

HFSs定义为:设 X 为论域中的参考集, \hbar 表示区间 $[0,1]$ 上元素 $x \in X$ 的可能隶属度构成的集合,记为

$$\hbar(x) : X \rightarrow \wp([0,1]).$$

其中,犹豫模糊集的上界和下界分别为

$$\hbar_{-} = \inf\{\gamma | \gamma \in \hbar\}, \hbar^{+} = \sup\{\gamma | \gamma \in \hbar\}.$$

犹豫模糊语言术语集定义如下。

定义1 犹豫模糊语言术语集^[31-32]。假设参考集和语言术语集分别为 $X = \{x_1, \dots, x_N\}$, $\vartheta = \{s_{-\kappa}, \dots, s_\kappa\}$,则 X 上的犹豫模糊语言术语集(hesitant fuzzy linguistic term set, HFLTS)为

$$H_\vartheta = \{\langle x_i, h_\vartheta(x_i) \rangle | x_i \in X\}.$$

其中, $h_\theta(x_i)$ 表示语言术语集 θ 的可能值。

定义2 犹豫模糊语言术语的包络^[23, 31]。犹豫模糊语言术语的包络, $\text{env}(h_\theta)$, 是以语言上界和下界为边界的语言区间, 即

$$\text{env}(h_\theta) = [\bar{h}_-, \bar{h}^+]. \quad (1)$$

1.1.2 模糊语言法

模糊语言法是决策问题求解过程中建模和处理不确定语言变量信息(单词或句子)的重要方法, 主要由序结构法和上下文无关语法组成^[33-35]。

序结构法预先定义语言术语分布的评估标度^[31], 例如, 一个评价身高的七粒度语言术语为 $\theta=\{s_{-3}\text{:非常矮}, s_{-2}\text{:矮}, s_{-1}\text{:略矮}, s_0\text{:中等}, s_1\text{:略高}, s_2\text{:高}, s_3\text{:非常高}\}$ 。

上下文无关语法运用四元语义表示词或句子的语言术语^[31], 即 $G=(\pi_N, \pi_T, \pi, R)$, 其中 π_N 和 π_T 分别表示非终端和终端符号, π 和 R 分别代表启动符号和生成规则。语言术语值 $h_\theta(x_i)$ 为: 选择基于终端符号定义的初始术语的非终端符号为启动符号, 在规则作用下产生的值。

1.1.3 模糊语言的特性

模糊语言方法是一种处理定性语言变量的近似技术, 语言标签 s_i 满足如下特性^[36-37]:

- 1) 有序性, $s_i < s_j$, 当且仅当 $i < j$;
- 2) 否定算子, $N(s_k)=s_{-k}$;
- 3) 最大操作, $\max(s_i, s_j)=s_j$, 当且仅当 $s_i \leq s_j$;
- 4) 最小操作, $\min(s_i, s_j)=s_j$, 当且仅当 $s_i \geq s_j$ 。

1.2 模糊语言偏好信息管理

模糊语言偏好信息的管理主要由信息获取和信息融合两部分组成。信息获取是建模和管理模糊语言偏好的初始阶段, 它的作用是依据上下文无关语法提取单值语言术语或比较语言表达。信息融合是通过转换函数进行语言运算操作。前者将语言偏好信息转化为便于计算犹豫模糊语言术语, 而后者则对犹豫模糊语言术语进行词计算(computing with words, CWW)^[38]得到多准则群决策的候选方案集。

1.3 信息熵

在大多数多准则决策问题中, 假设准则的权重是确定的, 然而现实世界的决策问题的准则权重信息通常是不完整的, 将信息熵与属性求权方法相结合是求解准则的权重的有效方法^[30], 本文引入基于广义距离的犹豫模糊语言术语熵测量法^[32], 分析决策准则的权重信息。其数学描述为

$$E(H_\theta) = 1 - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left(\frac{|\zeta_l|}{2\kappa} \right)^{\alpha} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right]. \quad (2)$$

其中, n 表示决策方案数; L 是语言术语 H_θ 中的语言标签数目; κ 表示初始语言术语 θ 中的语言标签总数(正整数), 为 ζ_l 代表语言术语集中的下标; α 为常数, 一般取值0.5, 1或2。

在多准则决策问题中, 信息熵通过候选方案的语言术语集进行估算, 即

$$E_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n E(H_\theta^{ij}).$$

这里, $j=1, 2, \dots, n$, $i=1, 2, \dots, m$, 分别为候选方案数和准则数。决策准则的信息熵定义为

$$\omega_i = \frac{1 - E_i}{m - \sum_{i=1}^m E_i}. \quad (3)$$

显然, $0 \leq \omega_i \leq 1$, $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$ 。因此, 候选方案集中决策准则的权重为

$$\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)^T.$$

1.4 相对贴近度

距离犹豫模糊语言术语正理想解的候选方案的相对贴近度定义为

$$\delta(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^m w_j d(h_\theta^{ij}, h^{+j})}{\sum_{j=1}^m w_j d(h_\theta^{ij}, h^{+j}) + \sum_{j=1}^m w_j d(h_\theta^{ij}, h^{-j})}. \quad (4)$$

这里, $d(\cdot)$ 代表距离测量函数, $w_j (j=1, 2, \dots, m)$ 为准则权重, 其中, h_θ^{+j} , h_θ^{-j} 分别表示模糊语言的正、负理想解, 分别根据下式求解:

$$h_\theta^{+j} = \max_{l=1, 2, \dots, L}^{i=1, 2, \dots, n} \{s_{\zeta_l^{ij}}\}, h_\theta^{-j} = \min_{l=1, 2, \dots, L}^{i=1, 2, \dots, n} \{s_{\zeta_l^{ij}}\}. \quad (5)$$

根据相对贴近度值的定义, 其值越小, 对应的方案越优。

2 基于不确定语言术语的多准则群决策模型

本文提出的基于不确定语言术语的多准则群决策模型(uncertain Linguistic term MGDM, ULT-

MGDM)是集成传统多准则决策和群决策技术，应用不确定语言变量进行产品供应商的决策。

2.1 问题描述

由 l 个参与者组成的专家委员会，记为 $E=\{e_1, e_2, \dots, e_k\}$, $k=1, 2, \dots, l$ ($l \geq 2$)，所有参与者根据自己的偏好和经验产生决策方案集，记为 $X=\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ($n \geq 2$)， m 个决策准则记为： $C=\{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ ，其权重为： $\omega=(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m)^T$ ，显然， $\omega_i \geq 0$ 且 $\sum_{i=1}^m \omega_i = 1$ ($i=1, 2, \dots, m$)。现实的MGDM过程是：参与者 e_k 根据语言评估标度 ϑ ，依据准则 c_m 进行评估，生成决策方案 x_i 。

2.2 ULT-MGDM模型结构

ULT-MGDM模型框架主要由不确定信息获取与信息融合以及最满意方案决策三部分组成，如图1所示。在ULT-MGDM模型中，不确定信息的获取是重要的基础性工作。专家委员会中的参与者在决策时的犹豫和疑惑普遍存在，将参与者的偏好信息提炼出来，并转化为HFLTS，以便进行自然语言的词计算。偏好信息融合实现不确定信息转化为HFLTS，并借助CWW获得决策候选方案集。在偏好信息融合阶段，由于决策准则的权重不尽相同，以犹豫模糊为特征的语言信息难以直接进行最满意方案的甄别，运用包络操作和信息熵机理，求解折衷的候选方案集以备决策。最满意方案的决策引入集成准则权重信息熵和相对贴近度的方法进行候选方案排序。

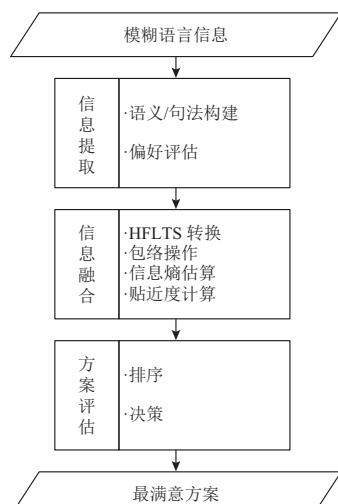


图1 ULT-MGDM模型结构图

Fig.1 Framework of ULT-MGDM model

2.3 ULT-MGDM模型算法步骤

本文所提ULT-MGDM模型的主要算法步骤

如下。

- Step1 构建语言术语的语义、句法；
- Step2 根据决策准则结合偏好信息进行评估；
- Step3 偏好信息转化为犹豫模糊语言术语；
- Step4 根据包络算子 $\text{env}(h_\theta)=[\bar{h}_-, \bar{h}^+]$ 计算语言术语集；
- Step5 计算决策准则权重；
- Step6 依据相对贴近度 $\partial(\cdot)$ 进行候选方案排序；
- Step7 确定最满意方案。

3 案例分析

3.1 汽车零部件供应商评价

汽车零部件数量巨大，型号众多，技术含量和工艺要求高，产品开发周期短，整车企业对零部件供应商的依存度大。特别在全球价值链环境下，汽车整车企业与众多零部件供应企业相互协作，共同研发和生产满足顾客个性化需求的产品已成为时代潮流。汽车整车企业制定产品和技术规划，引领和指导零部件供应商企业参与整车企业的新产品开发，不仅降低整车企业研发风险，而且有利于零部件供应企业控制开发成本、缩短研发周期、提升产品质量^[7]。因此，汽车零部件供应商管理水平直接关系到汽车企业的技术创新能力和汽车品牌影响力。现实中汽车整车企业与众多零部件供应商评价是集成多准则和群决策问题，研究基于决策准则权重信息缺失的语言术语不确定汽车零部件供应商多准则群决策问题具有理论意义和现实价值。

某汽车企业为实现供应商的高质量和高效率管理，组织不同部门的专家采用模糊语言术语进行最满意的零部件供应商的选择。拟采购一种液压举升系统，遴选5个供应商，记为 X_m ($m=1, 2, 3, 4, 5$)，从中选择一个供应企业进行合作。由2名技术专家、2名质量专家和1名采购专家组成专家委员会，记为 E_k ($k=1, 2, 3, 4, 5$)，企业采用问卷方式对7项准则， C_n ($n=1, 2, \dots, 7$)，进行模糊语言评估。7项准则分别为：产品市场质量(C_1)、产品现场质量(C_2)、产品研发水平(C_3)、质量体系建设(C_4)、成本(C_5)、交付(C_6)、服务(C_7)。显然，本节案例是一个MGDM。专家组采用对称分布的七粒度模糊语言评估标度，即 $S=\{s_{-3}=\text{极差}, s_{-2}=\text{差}, s_{-1}=\text{较差}, s_0=\text{一般}, s_1=\text{较好}, s_2=\text{好}, s_3=\text{极好}\}$ 。

犹豫模糊语言术语集 S , 包含“至少 s_i (记为 $\text{LE}(s_i)$)”、“至多 s_i (记为 $\text{MO}(s_i)$)”、“极可能 s_i (记为 $\text{AL}(s_i)$)”和“介于 (s_{j-1}, s_{j+1}) 之间(记为 $\text{BE}(s_{j-1}, s_{j+1})$)”4种, 上下文无关语法, 其转换函数 $\text{Tr}(S)$ 定义为

$$\text{Tr}(S_j) = \{s_i | s_i \in \vartheta\},$$

$$\text{Tr}(\text{LE}(s_i)) = \{s_j | s_j \in \vartheta \text{ and } s_j = s_i, s_{i+1}, s_{i+2}, \dots\},$$

$$\text{Tr}(\text{MO}(s_i)) = \{s_j | s_j \in \vartheta \text{ and } s_j = s_{-k}, \dots, s_i\},$$

$$\text{Tr}(\text{AL}(s_i)) = \{s_j | s_j \in \vartheta \text{ and } s_j = s_i\},$$

$$\text{Tr}(\text{BE}(s_i, s_j)) = \{s_k | s_k \in \vartheta \text{ and } s_i < s_k < s_j, i < j\}.$$

依据7项评估准则, 5位专家分别采用犹豫模糊语言术语对5个供应商进行评估, 其语言决策矩阵如表1~5所示。

表1 专家1(E_1)决策语言矩阵Tab.1 Decision linguistic terms matrix of expert 1(E_1)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{MO}(S_{-2})$	$\text{AL}(S_{-2})$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$
X_2	$\text{MO}(S_0)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{MO}(S_0)$	$\text{LE}(S_1)$
X_3	$\text{AL}(S_1)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{MO}(S_0)$	$\text{MO}(S_1)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$
X_4	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{LE}(S_1)$
X_5	$\text{BE}(S_2, S_1)$	$\text{MO}(S_1)$	$\text{BE}(S_{-2}, S_1)$	$\text{BE}(S_{-2}, S_1)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{AL}(S_{-3})$	$\text{AL}(S_1)$

表2 专家2(E_2)决策语言矩阵Tab.2 Decision linguistic terms matrix of expert 2(E_2)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{AL}(S_0)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$
X_2	$\text{LE}(S_1)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$
X_3	$\text{AL}(S_1)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{AL}(S_2)$
X_4	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{AL}(S_0)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{AL}(S_1)$
X_5	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{AL}(S_0)$

表3 专家3(E_3)决策语言矩阵Tab.3 Decision linguistic terms matrix of expert 3(E_3)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	$\text{LE}(S_1)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{AL}(S_3)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{MO}(S_{-2})$	$\text{MO}(S_0)$	$\text{LE}(S_1)$
X_2	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{AL}(S_2)$
X_3	$\text{AL}(S_1)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$
X_4	$\text{AL}(S_1)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{MO}(S_{-2})$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_1)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$
X_5	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_0)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{AL}(S_1)$

表4 专家4(E_4)决策语言矩阵Tab.4 Decision linguistic terms matrix of expert 4(E_4)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	$\text{AL}(S_3)$	$\text{AL}(S_3)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{AL}(S_3)$	$\text{AL}(S_0)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{LE}(S_2)$
X_2	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{AL}(S_2)$
X_3	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{LE}(S_2)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{BE}(S_0, S_3)$	$\text{AL}(S_2)$
X_4	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_2)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_3)$	$\text{AL}(S_3)$	$\text{AL}(S_3)$
X_5	$\text{AL}(S_1)$	$\text{MO}(S_{-1})$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_1)$	$\text{AL}(S_0)$	$\text{BE}(S_{-1}, S_2)$	$\text{AL}(S_0)$

表 5 专家5(E_5)决策语言矩阵Tab.5 Decision linguistic terms matrix of expert 5 (E_5)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	AL(S_2)	LE(S_1)	BE(S_0, S_3)	AL(S_3)	AL(S_{-3})	AL(S_{-1})	BE(S_{-1}, S_2)
X_2	BE(S_0, S_3)	AL(S_1)	AL(S_1)	AL(S_2)	AL(S_1)	AL(S_1)	BE(S_0, S_3)
X_3	BE(S_0, S_3)	LE(S_1)	AL(S_1)	BE(S_0, S_3)	BE(S_0, S_3)	BE(S_0, S_3)	BE(S_0, S_3)
X_4	BE(S_{-1}, S_2)	AL(S_0)	AL(S_{-1})	AL(S_1)	AL(S_2)	BE(S_0, S_3)	AL(S_2)
X_5	AL(S_1)	BE(S_{-1}, S_2)	AL(S_0)	AL(S_1)	AL(S_0)	AL(S_{-2})	AL(S_2)

为了选择最理想的产品供应商，针对专家采用偏好信息(模糊语言)评估产品供应商，本节引入上文无关语法的转换函数 $\text{Tr}(S)$ 对专家偏好信息进行犹豫模糊语言术语的转化，5位专家的犹豫模糊语言决策结果如表6~10所示。

将专家的犹豫模糊语言术语结果(表6~10)代入

式(1)进行包络算子操作，得到专家委员会的犹豫模糊语言决策矩阵，如表11所示。

本节采用1.3节的信息熵分析决策准则的权重信息，将表11的语言决策矩阵代入式(2)，分别计算当 $\alpha=0.5, 1$ 或2时，各项准则的信息熵，其结果如表12~14所示。

表 6 专家1(E_1)犹豫模糊语言决策矩阵Tab.6 Hesitant fuzzy linguistic terms decision matrix of expert 1 (E_1)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	{ S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_{-3}, S_{-2} }	{ S_2 }	{ S_0, S_1 }
X_2	{ S_3, S_{-2}, S_{-1}, S_0 }	{ S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0$ }	{ S_1, S_2, S_3 }
X_3	{ S_1 }	{ S_1, S_2 }	{ S_1, S_2 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0$ }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1$ }	{ S_0, S_1 }	{ S_1, S_2 }
X_4	{ S_0, S_1 }	{ S_1, S_2 }	{ S_0, S_1 }	{ S_0, S_1 }	{ S_2 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }
X_5	{ S_{-1}, S_0 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1$ }	{ S_{-1}, S_0 }	{ S_{-1}, S_0 }	{ S_0, S_1 }	{ S_{-3} }	{ S_1 }

表 7 专家2(E_2)犹豫模糊语言决策矩阵Tab.7 Hesitant fuzzy linguistic terms decision matrix of expert 2 (E_2)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	{ S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_2 }	{ S_2, S_3 }	{ S_0 }	{ S_2 }	{ S_0, S_1 }
X_2	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_0, S_1 }	{ S_2, S_3 }	{ S_1, S_2 }
X_3	{ S_1 }	{ S_1, S_2 }	{ S_1, S_2 }	{ S_2 }	{ S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_2 }
X_4	{ S_0, S_1 }	{ S_1 }	{ S_2 }	{ S_0 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_2 }	{ S_1 }
X_5	{ S_1, S_2 }	{ S_1 }	{ S_1 }	{ S_1, S_2 }	{ S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_0 }

表 8 专家3(E_3)犹豫模糊语言决策矩阵Tab.8 Hesitant fuzzy linguistic terms decision matrix of expert 3 (E_3)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_2 }	{ S_3 }	{ S_2 }	{ S_{-3}, S_{-2} }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0$ }	{ S_1, S_2, S_3 }
X_2	{ S_2 }	{ S_2, S_3 }	{ S_1, S_2 }	{ S_2, S_3 }	{ S_0, S_1 }	{ S_0, S_1 }	{ S_2 }
X_3	{ S_1 }	{ S_2, S_3 }	{ S_1 }	{ S_1 }	{ S_1, S_2 }	{ S_2 }	{ S_2, S_3 }
X_4	{ S_1 }	{ S_0, S_1 }	{ S_0, S_1 }	{ S_{-3}, S_{-2} }	{ S_2 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2 }
X_5	{ S_1, S_2 }	{ S_1 }	{ S_0 }	{ S_2 }	{ S_1 }	{ S_2 }	{ S_1 }

表9 专家4(E_4)犹豫模糊语言决策矩阵Tab.9 Hesitant fuzzy linguistic terms decision matrix of expert 4 (E_4)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	{ S_3 }	{ S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_3 }	{ S_0 }	{ S_1, S_2 }	{ S_2, S_3 }
X_2	{ S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_2 }	{ S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_2 }	{ S_2 }
X_3	{ S_1, S_2 }	{ S_2 }	{ S_2, S_3 }	{ S_0, S_1 }	{ S_2 }	{ S_1, S_2 }	{ S_2 }
X_4	{ S_0, S_1 }	{ S_1 }	{ S_2 }	{ S_1 }	{ S_3 }	{ S_3 }	{ S_3 }
X_5	{ S_{-1} }	{ S_{-3}, S_{-2}, S_{-1} }	{ S_{-1} }	{ S_{-1} }	{ S_0 }	{ S_0, S_1 }	{ S_0 }

表10 专家5(E_5)犹豫模糊语言决策矩阵Tab.10 Hesitant fuzzy linguistic terms decision matrix of expert 5 (E_5)

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	{ S_2 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2 }	{ S_3 }	{ S_{-3} }	{ S_{-1} }	{ S_0, S_1 }
X_2	{ S_1, S_2 }	{ S_1 }	{ S_1 }	{ S_2 }	{ S_1 }	{ S_1 }	{ S_1, S_2 }
X_3	{ S_1, S_2 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1 }	{ S_1, S_2 }	{ S_1, S_2 }	{ S_1, S_2 }	{ S_1, S_2 }
X_4	{ S_0, S_1 }	{ S_0 }	{ S_{-1} }	{ S_1 }	{ S_2 }	{ S_1, S_2 }	{ S_2 }
X_5	{ S_1 }	{ S_0, S_1 }	{ S_0 }	{ S_1 }	{ S_0 }	{ S_{-2} }	{ S_2 }

表11 专家委员会犹豫模糊语言决策矩阵

Tab.11 Hesitant fuzzy linguistic terms decision matrix of the expert committee

决策方案	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7
X_1	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_2, S_3 }	{ S_{-3}, S_{-2}, S_0 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1, S_2$ }	{ S_0, S_1, S_2, S_3 }
X_2	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1, S_2, S_3$ }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_0, S_1, S_2, S_3 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1, S_2, S_3$ }	{ S_1, S_2, S_3 }
X_3	{ S_1, S_2 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1, S_2$ }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1, S_2, S_3$ }	{ S_0, S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }
X_4	{ S_0, S_1 }	{ S_0, S_1, S_2 }	{ S_{-1}, S_0, S_1, S_2 }	{ S_{-3}, S_{-2}, S_0, S_1 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }	{ S_1, S_2, S_3 }
X_5	{ S_{-1}, S_0, S_1, S_2 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1$ }	{ S_{-1}, S_0, S_1 }	{ $S_{-2}, S_{-1}, S_0, S_1, S_2$ }	{ S_0, S_1, S_2, S_3 }	{ $S_{-3}, S_{-2}, S_0, S_1, S_2, S_3$ }	{ S_0, S_1, S_2 }

表12 信息熵计算结果($\alpha=0.5$)Tab.12 Calculation results of information entropy (with $\alpha=0.5$)

j	i					$E_j(h_{\theta}^{ij})$
	1	2	3	4	5	
1	0.318 4	0.233 9	0.242 9	0.041 7	0.060 7	0.641 0
2	0.318 4	0.318 4	0.318 4	0.107 9	0.176 6	0.504 2
3	0.318 4	0.318 4	0.318 4	0.121 4	0.074 1	0.539 7
4	0.412 5	0.318 4	0.199 3	0.179 1	0.155 4	0.494 2
5	0.183 3	0.179 1	0.233 9	0.318 4	0.179 1	0.562 5
6	0.183 3	0.179 1	0.233 9	0.318 4	0.179 1	0.529 3
7	0.179 1	0.318 4	0.318 4	0.318 4	0.107 9	0.503 2

当 $\alpha=0.5$ 时, 依据式(3), 计算得到7项准则的权值为
 $\omega=(0.111 3, 0.153 7, 0.142 7, 0.156 8, 0.135 6, 0.145 9, 0.154 0)^T$ 。

根据式(4), 计算5个供应商的相对贴近度
 $\partial(x_i)=(0.364 4, 0.345 3, 0.366 5, 0.380 8, 0.472 6)$ 。

当 $\alpha=1$ 时, 根据式(3), 7项准则的权值为
 $\omega=(0.114 1, 0.148 3, 0.135 3, 0.153 5, 0.147 9, 0.150 9, 0.150 0)^T$ 。
 根据式(4), 求解5个供应商的相对贴近度
 $\partial(x_i)=(0.371 2, 0.348 4, 0.369 3, 0.377 9, 0.470 4)$ 。
 当 $\alpha=2$ 时, 根据式(3), 7项准则的权值为

表 13 信息熵计算结果($\alpha=1$)Tab.13 Calculation results of information entropy (with $\alpha=1$)

j	i					$E_j(h_{\theta}^{ij})$
	1	2	3	4	5	
1	0.333 3	0.285 7	0.250 0	0.083 3	0.125 0	0.569 0
2	0.333 3	0.333 3	0.333 3	0.166 7	0.233 3	0.440 0
3	0.333 3	0.333 3	0.333 3	0.166 7	0.111 1	0.488 9
4	0.416 7	0.333 3	0.250 0	0.250 0	0.200 0	0.420 0
5	0.277 8	0.250 0	0.285 7	0.333 3	0.250 0	0.441 3
6	0.250 0	0.285 7	0.250 0	0.333 3	0.305 6	0.430 2
7	0.250 0	0.333 3	0.333 3	0.333 3	0.166 7	0.433 3

表 14 信息熵计算结果($\alpha=2$)Tab.14 Calculation results of information entropy (with $\alpha=2$)

j	i					$E_j(h_{\theta}^{ij})$
	1	2	3	4	5	
1	0.360 0	0.333 3	0.263 5	0.117 9	0.186 3	0.495 6
2	0.360 0	0.360 0	0.360 0	0.215 2	0.288 7	0.366 4
3	0.360 0	0.360 0	0.360 0	0.204 1	0.136 1	0.431 9
4	0.424 9	0.360 0	0.296 6	0.311 8	0.235 7	0.348 4
5	0.346 9	0.311 8	0.333 3	0.360 0	0.311 8	0.334 4
6	0.296 6	0.333 3	0.311 8	0.360 0	0.353 6	0.337 9
7	0.311 8	0.360 0	0.360 0	0.360 0	0.215 2	0.357 2

$\omega=(0.116 5, 0.146 4, 0.131 3, 0.150 5, 0.153 8, 0.153 0, 0.148 5)^T$ 。

根据式(4), 求解5个供应商的相对贴近度

$$\partial(x_i)=(0.374 5, 0.350 1, 0.370 2, 0.376 1, 0.469 3)。$$

不同 α 值的5个供应商的相对贴近度值的优劣排序结果如下:

当 $\alpha=0.5$ 时, $x_2 < x_1 < x_3 < x_4 < x_5$;

当 $\alpha=1$ 时, $x_2 < x_3 < x_1 < x_4 < x_5$;

当 $\alpha=2$ 时, $x_2 < x_3 < x_1 < x_4 < x_5$ 。

因此, 供应商2为最满意供应商。

3.2 结果分析

根据表12~14所列举不同 α 值情形下的信息熵, 绘制其戴布拉图如图2所示。

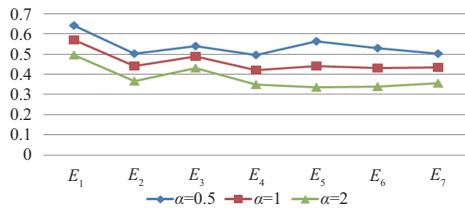
图 2 不同 α 值情形下的信息熵分布Fig.2 Information entropy distribution map under different α value

图2表明, 信息熵随 α 值增大而减小; 在不同 α 值情形下, 不同准则的信息熵值计算结果较为稳定。准则的信息熵随 α 值变化趋势表明, 信息熵计算结果相对于 α 值变化不敏感, 在一定程度上验证了ULT-MGDM模型具有较好的稳定性。

根据该汽车企业选择零部件供应商的实践来看, 供应商2是产品供应企业, 产品运行达到了预期效果。供应商优劣排序结果不仅实现了基于不确定语言术语的多准则群决策, 而且验证了所提ULT-MGDM模型的可行性和较好一致性。另外, ULT-MGDM模型采用犹豫模糊集表征语言术语的不确定性, 并对无先验知识的准则权重进行探讨, 参数少, 不产生信息丢失, 计算简单, 容易实施, 可以方便地扩展应用于其他不确定或主观偏好信息的决策问题, 诸如绩效考核、最优方案选择、项目评估、设计方案评估等等。

4 结论

针对企业与产品供应商之间的相互协作的供应

商决策问题, 提出基于不确定语言术语的多准则群决策模型(UMGDM-SE)求解产品最满意供应商, UMGDM-SE模型集成传统多准则决策和群决策技术。首先提取专家偏好信息; 其次, 采用自然语言的词计算方法将专家偏好信息转化为犹豫模糊语言术语; 最后, 引入准则权重, 设计集成评价准则信息熵的相对贴近度排序方法进行最满意供应商决策。其中, 准则权重的确定是关键步骤, 本文采用基于信息熵的方法计算无先验知识的准则权重。UMGDM-SE模型的可行性和有效性在一个汽车零部件供应商的实例中得到验证。

参考文献:

- [1] 尹超, 吕海涛, 刘飞, 等. 摩托车零部件企业网络化外协加工支持系统[J]. 计算机集成制造系统, 2009, 15(2): 369-376.
YIN Chao, LU Haitao, LIU Fei, et al. Networked management system for outsourcing of motorcycle parts factory[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2009, 15(2): 369-376.
- [2] 尹超, 李涛, 刘飞, 等. 网络化外协加工资源选择的决策框架模型及应用[J]. 机械工程学报, 2010, 46(19): 133-139.
YIN Chao, Li Tao, LIU Fei, et al. Decision-making framework model for networked outsourcing resources selection[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2010, 46(19): 133-139.
- [3] DURSUN M KARSAK E E. A QFD-based fuzzy MCDM approach for supplier selection[J]. Applied Mathematical Modeling, 2013, 37(8): 5864-5875.
- [4] 秦娟, 陈振颂, 李延来. 考虑专家风险偏好的物流服务供应商选择研究[J]. 工业工程与管理, 2016, 21(2): 41-48.
QIN Juan, CHEN Zhensong, LI Yanlai. The selection of logistics service suppliers considering experts' risk preference[J]. Industrial Engineering and Management, 2016, 21(2): 41-48.
- [5] 王妮, 孙建民, 李凯, 等. 一种基于聚类分析与熵权模糊评价的虚拟企业综合决策算法研究[J]. 工业工程与管理, 2016, 21(3): 25-31.
WANG Ni, SUN Jianmin, LI Kai, et al. A comprehensive decision algorithm based on cluster analysis and entropy weight fuzzy evaluation for virtual enterprise [J]. Industrial Engineering and Management, 2016, 21(3): 25-31
- [6] 刘学鹏, 齐二石, 刘亮. 面向复杂产品制造的两阶段供应商候选库的构建[J]. 工业工程与管理, 2016, 21(6): 31-37.
LIU Xuepeng, QI Ershi, LIU Liang. Two-stage suppliers pre-selection process design for complex product manufacturing [J]. Industrial Engineering and Management, 2016, 21(6): 31-37.
- [7] 钟金宏, 白阳. 面向复杂产品开发供应商选择的改进BN模型[J]. 机械工程学报, 2016, 52(1): 175-182.
ZHONG Jinhong, BAI Yang. Improved Bayesian network model for supplier selection of complicated product development[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1): 175-182.
- [8] 胡笑旋, 陈意. 深度不确定环境下的决策分析方法--研究现状与展望[J]. 控制与决策, 2015, 30(3): 387-394.
HU Xiaoxuan, CHEN Yi. Decision analysis under deep uncertainty-present situation and prospect[J]. Control and Decision, 2015, 30(3): 387-394.
- [9] 许叶军, 达庆利. 基于不同粒度语言判断矩阵的多属性群决策方法[J]. 管理工程学报, 2009, 23(2): 69-73.
XU Yejun, DA Qingli. Approach based on multi-granularity linguistic judgment matrices in multi-attribute group decision making[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2009, 23(2): 69-73.
- [10] 李延来, 唐加福, 姚建明, 等. 基于粗糙集理论的质量屋中工程特性确定方法[J]. 计算机集成制造系统, 2008, 14(2): 386-392.
LI Yanlai, TANG Jiafu, YAO Jianming, et al. Engineering characteristics determining method in house of quality based on rough set theory[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2008, 14(2): 386-392.
- [11] 王晓暾, 熊伟. 复杂语言信息环境中顾客需求重要度的确定方法[J]. 计算机集成制造系统, 2010, 16(7): 1472-1479.
WANG Xiaotun, XIONG Wei. Importance ratings determining of customer requirements in complex linguistic information environment[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2010, 16(7): 1472-1479.
- [12] 刘培德, 张新. 直觉不确定语言集成算子及在群决策中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(12): 2704-2711.
LIU Peide, ZHANG Xin. Intuitionistic uncertain linguistic aggregation operators and their application to group decision making[J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2012, 32(12): 2704-2711.
- [13] 方辉, 谭建荣, 殷国富, 等. 基于改进不确定语言多属性决策的设计方案评价[J]. 计算机集成制造系统, 2009, 15(7): 1257-1269.
FANG Hui, TAN Jianrong, YIN Guofu, et al. Design scheme evaluation based on improved uncertain language multi-attributed decision-making method[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2009, 15(7): 1257-1269.
- [14] 彭勃, 叶春明. 基于不确定纯语言混合调和平均算子的多属性群决策方法[J]. 中国管理科学, 2015, 23(2): 131-138.
PENG Bo, YE Chunming. An approach to multiple attribute group decision making based on uncertain pure linguistic hybrid harmonic averaging operator[J]. Chinese Management Science, 2015, 32(2): 131-138.
- [15] 吴坚, 曹清玮, 李辉. 模糊决策环境下基于COWA算子的绿色供应商选择方法[J]. 管理工程学报, 2010, 24(3): 61-65.
WU Jian, CAO Qingwei, LI Hui. A method for choosing green supplier based on COWA operator under fuzzy linguistic decision-making[J]. Journal of Industrial Engineering and Engineering Management, 2010, 24(3): 61-65.
- [16] 秦娟, 李延来, 陈振颂. 基于极大熵配置模型与Choquet积分的物流供应商选择群决策方法[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(10): 2746-2759.
QING Juan, LI Yanlai, CHEN Zhensong. Group decision mak-

- ing method for supplier selection based on maximum entropy optimization model and Choquet integral[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(10): 2746-2759.
- [17] CID-LÓPEZA A, HORNOSA M J, CARRASCOB R A, et al. Applying a linguistic multi-criteria decision-making model to the analysis of ICT suppliers' offers[J]. Expert Systems With Applications, 2016, 57: 127-138.
- [18] ZADEH Lotfi A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965, 8: 338-353.
- [19] PARSONS S. Current approaches to handling imperfect information in data and knowledge bases [J]. IEEE Trans Knowl Data Eng, 1996, 8(3): 353-372.
- [20] LIU H W, WANG G J. Multi-criteria decision-making methods based on intuitionistic fuzzy sets[J]. European Journal of Operational Research, 2007, 179(1): 220-233.
- [21] WEI C, ZHAO N, TANG X. A novel linguistic group decision-making model based on extended hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems, 2015, 23(3): 379-398.
- [22] TORRA V. Hesitant fuzzy sets[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 25 (6): 529-539.
- [23] RODRÍGUEZ R M, MARTÍNEZ L, HERRERA F. A group decision making model dealing with comparative linguistic expressions based on hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. Information Sciences, 2013, 241: 28-42.
- [24] WANG Jianqiang, WANG Jing, CHEN Qinghui, et al. An outranking approach for multi-criteria decision-making with hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. Information Sciences, 2014, 289: 338-351.
- [25] WANG Jing, WANG Jianqiang, ZHANG Hongyu. Multi-criteria decision-making based on hesitant fuzzy linguistic term sets: an outranking approach[J]. Knowledge-based systems, 2015, 86: 224-236.
- [26] LIAO H C, XU Z S, ZENG X J, et al. Qualitative decision making with correlation coefficients of hesitant fuzzy linguistic term sets[J]. Knowledge-based Systems, 2015, 76: 127-138.
- [27] JOSHI D, KUMAR S. Interval-valued intuitionistic hesitant fuzzy Choquet integral based TOPSIS method for multi-criteria group decision making [J]. European Journal of Operational Research, 2016, 248(1): 183-191.
- [28] KAHRAMAN C, OZTAYSI B, ONAR, SC. A Comprehensive literature review of 50 years of fuzzy set theory[J], International Journal of Computational Intelligence Systems, 2016, SI(9): 3-24.
- [29] BUSTINCE H, BARRENECHEA E, PAGOLA M, et al. A historical account of types of fuzzy sets and their relationships[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(1): 179-194.
- [30] 刘小弟, 朱建军, 刘思峰. 犹豫模糊信息下的双向投影决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2014, 34(10): 2637-2644.
- LIU X D, ZHU J J, LIU S F. Bidirectional projection method with hesitant fuzzy information[J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2014, 34(10): 2637-2644.
- [31] RODRÍGUEZ Rosa M, MARTÍNEZ Luis, Herrera Francisco. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2012, 20(1): 109-119.
- [32] FARHADINIA B. Multiple criteria decision-making methods with completely unknown weights in hesitant fuzzy linguistic term setting[J]. Knowledge-based Systems, 2016, 93: 135-144.
- [33] ZADEH Lotfi A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning-Part I[J]. Information Sciences, 1975, 8: 199-249.
- [34] ZADEH Lotfi A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning-Part II[J]. Information Sciences, 1975, 8: 301-357.
- [35] ZADEH Lotfi A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning-Part III[J]. Information Sciences, 1975, 9: 43-80.
- [36] HERRERA F, HERRERA-VIEDMA E. Choice functions and mechanisms for linguistic preference relations[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 120(1): 144-161.
- [37] MENG F, CHEN X, ZHANG Q. Multi-attribute decision analysis under a linguistic hesitant fuzzy environment[J]. Information Sciences, 2014, 267: 287-305.
- [38] ZADEH Lotfi A. Fuzzy Logic=Computing with Words[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1996, 4(2): 103-111.