

# 不完备生产与条件维护策略下的生产批量决策研究

赖新峰<sup>1</sup>, 陈志祥<sup>2</sup>

(1. 江西财经大学 信息管理学院, 江西 南昌 330032; 2. 中山大学 管理学院, 广东 广州 510275)

**摘要:** 构建了不完备生产与条件维护下的生产批量模型, 采用威布尔分布的曲线分布宽度描述可靠性的退化性, 考虑了曲线分布宽度为等比数列和等差数列2种模型, 利用报酬更新理论求解了期望平均总成本的最小值。结果表明, 第1种模型的期望平均总成本要高于设备不具有退化性的期望平均总成本, 前者的条件维护的阈值、最优生产批量和维护次数都比后者的少; 第2种模型的期望平均总成本总体要低于设备不具有退化性的期望平均总成本, 前者的条件维护的阈值比后者的少, 而前者的维护次数和最优生产批量都比后者的多。研究还发现, 公比和公差是影响期望平均总成本的最重要因素, 需求是影响条件维护的可靠性阈值的最重要因素。本文的相关启示可为管理者提供决策参考依据。

**关键词:** 不完备生产; 条件维护; 生产批量; 可靠性退化

中图分类号: F224

文献标志码: A

文章编号: 1007-7375(2019)04-0031-09

## A Study of EPQ Model Based on Imperfect Production and Conditional Maintenance

LAI Xinfeng<sup>1</sup>, CHEN Zhixiang<sup>2</sup>

(1. School of Information Management, Jiangxi University of Finance and Economics, Nanchang 330032, China;  
2. School of Business, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

**Abstract:** An economic production quantity (EPQ) model based on imperfect production and conditional maintenance is constructed. Weibull distribution curve width is used to describe the deterioration of reliability and the renewal theorem adopted to solve the minimum of the expected average total cost of the model. Two models are studied considering the Weibull distribution curve width as geometric progression and arithmetic progression respectively. It indicates that the expected average cost of first model is greater than that of the model with no deterioration but the threshold, and its corresponding value, the optimal quantity and maintenance times are all lower than those of the model with no deterioration. The expected average cost and threshold of second model is lower than that of the model with no deterioration, but the optimal quantity and maintenance times are greater than those of the model with no deterioration. The study also finds that ratio and tolerance are the most important factors affecting expected average cost, while demand is the most important factor affecting the reliability threshold of conditional maintenance. The relevant study can provide managers with decision reference.

**Key words:** imperfect production; conditional maintenance; economic production quantity; deterioration of reliability

在当前激烈的市场竞争中, 企业越来越关注成本、质量、柔性和服务。准时生产在降低成本和快速反应客户方面具有很强的优势。它的基本思想是零库存、零故障和零缺陷。为实现零缺陷管理, 企业必须建立完善的维护机制。条件维护操作不仅可

以提高设备的性能, 还会对生产批量决策有一定的影响。经典的生产批量模型假设生产过程是完备的, 这与企业的实际生产并不相符。因此, 研究不完备生产与条件维护策略下的生产批量问题具有很强的理论和实际意义。

条件维护策略是指根据设备可靠性的监测和诊断技术，判断设备异常的检修方式。Grall等<sup>[1]</sup>考虑了一个基于单组件劣化系统的条件维护模型，求解了模型的最优替换阈值和最优维护策略。Asadzadeh等<sup>[2]</sup>考虑了一个条件维护优化模型，模型中还考虑了人为因素导致的可靠性问题，提出了2个联合斐波那契算法，并最终求解了模型的最优解，同时还进行了敏感性分析。Chen等<sup>[3]</sup>建立了一个基于逆高斯退化的条件维护模型，求解了模型的最优检查策略并证明了单调控制极限策略为最优策略，并深入研究了最优替换策略的结构。Cherkaoui等<sup>[4]</sup>研究了条件维护策略下的鲁棒性，给出了2种不同的维护策略，通过比较研究了影响鲁棒性的关键因素，并给出了相关的建议。Liu等<sup>[5]</sup>研究了一个劣化系统下的条件维护问题，求解了最优方案和证明了最优维护策略为单调控制极限策略，比较了传统模型和条件维护模型之间的成本差异。Olde Keizer等<sup>[6]</sup>对多组件下的条件维护进行了综述，并通过实例对该问题进行了分析。范体军等<sup>[7]</sup>基于企业设备维护流程维度和时间维度，提出了设备维护外包策略。

维护决策不仅与设备有关，还直接影响到生产批量决策，因此，国内外学者越来越关注条件维护策略下的生产批量研究。邵校等<sup>[8]</sup>研究了多级产品质量体系下劣化设备的生产与维护联合决策。金垚等<sup>[9]</sup>研究了基于条件维护与生产批量联合决策模型，为了实现单位时间内的期望总成本，通过算法求解了最优维护策略。张博文等<sup>[10]</sup>研究了系统可靠性的生产与维护计划联合决策。Radhoui等<sup>[11]</sup>研究了基于备件和条件维护策略的生产批量决策模型，考虑备件对于决策模型的影响，采用基于仿真的优化算法求解了最优生产批量和最优维护阈值，并通过实例对决策过程进行了说明。Chouikhi等<sup>[12]</sup>研究了过度劣化环境和条件维护下的生产批量模型，利用Nelder-Mead算法求解了期望总成本下的最优解。Do Van等<sup>[13]</sup>研究劣化系统中基于条件维护的生产批量问题，比较了多种不同的情况，求解了最优维护策略，通过数值算例证明了本模型的可行性。Lee等<sup>[14]</sup>研究了劣化生产系统中条件维护和生产批量联合优化模型，利用马尔科夫决策过程求解了最优解。Compare等<sup>[15]</sup>研究了不确定环境下的条件维护问题，采用遗传算法比较了不同方案下的维护优化结果，其中，不确定的适应度用累积分布函数表示，最后采用遗传算法对条件维护策略进行了算例

分析。Lu等<sup>[16]</sup>研究了劣化系统中条件维护和生产批量问题，建立了质量改善下的数学模型，求解了最优维护阈值和最优生产批量，最后通过数值算例证明了模型的有效性。Jafari等<sup>[17]</sup>研究了条件维护策略下的生产批量问题，构建了一个条件维护下允许缺货和检测的数学模型，其中，通过马尔科夫决策过程来评估设备的隐藏状态。Keizer等<sup>[18]</sup>研究了多组件的条件维护与生产批量的联合优化问题，考虑了备件在决策模型中的影响，采用马尔科夫决策过程建立了多组件下的联合优化模型。Cheng等<sup>[19]</sup>研究了多组件系统中条件维护和生产批量联合决策问题，考虑了组件随着使用逐步劣化的因素，建立了基于联合成本最小化的数学模型，求解了最优生产批量和最优维护阈值，最后通过一个实例证明了模型的最优化。

综上所述，虽然国内外已经有一些关于不完备生产下的最优生产批量决策的研究文献，但是这些文献中设备可靠性都不具有退化性。因此，本文在文献研究基础上探讨设备可靠性具有退化情况下的生产批量决策，从理论和实践上都有一定的意义。

## 1 基本模型

### 1.1 问题描述与基本假设

为了方便模型的建立，给出的符号和假设如下。生产率为 $P$ ，需求率为 $D$ ，其中 $P > D$ 。生产准备成本为 $s$ ，库存成本为 $h$ 。设备的可靠性阈值为 $R^*$ 。可靠性函数为 $r(t)$ ，其取值为 $[0,1]$ 。失效率函数为 $\lambda(t)$ 。生产批量为 $Q$ 。条件维护的成本为 $C_p$ ，最小维护的固定成本为 $c$ ，最小维护的增量系数为 $a$ 。一个周期内的第*i*次进行条件维护的时刻为 $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ 。一个周期内的生产时间为 $T_m$ 。一个周期的时间为 $T$ ，具体为2次生产的间隔时间。期望总成本为ETC，期望平均总成本为EAC。定期维护次数为 $m$ ，为一个正整数。

### 1.2 模型构建

模型的目标是通过不完备生产下的生产批量和条件维护等决策来使得期望平均总成本最小化。总成本包括生产准备成本、库存成本、最小维护成本和条件维护成本。

根据可靠性函数与失效率函数之间的关系 $r(t) = e^{-\int_0^t \lambda(u)du}$ 可知，设备在生产过程中不同程度的磨损导致了设备可靠性 $r(t)$ 的逐渐递减。在本文中，讨论的

故障率为满足一般情况下的带有两参数的威布尔分布( $u, v$ )，其中 $u$ 代表形状参数， $v$ 代表尺度参数。假设设备从时刻 $t=0$ 开始生产，可靠性也从1开始减少。当经过 $t_1$ 时间后，设备的可靠性达到阈值 $R^*$ ，此时开始对设备进行条件维护操作。由于条件维护操作的时间相对较短，在模型中忽略了条件维护操作的时间。用 $t_i$ 表示第*i*次达到阈值的间隔时间。因此，设备的退化表现为 $t_i$ 是个单调递减的序列， $t_1 > t_2 > \dots > t_m$ 。结合上述分析，得到命题1。

**命题1** 若每次设备可靠性从初始值达到固定阈值 $R^*$ 所需要的时间为 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_m$ ，则有 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_m$ 分别为 $t_1, (v_2/v_1)t_1, (v_3/v_1)t_1, \dots, (v_m/v_1)t_1$ ，其中 $v_i$ 为第*i*次条件维护操作时威布尔分布的尺度参数， $i=1, 2, \dots, m$ 。

**证明** 根据 $r(t) = e^{-\int_0^t \lambda(s)ds}$ 和 $\lambda(t) = \frac{u}{v} \left(\frac{t}{v}\right)^{u-1}$ ，得出 $r_1(t_1) = r_2(t_1+t_2) = R^*$ 。在 $[0, t_1]$ 的条件维护间隙，将 $\lambda_1(t) = \frac{u}{v_1} \left(\frac{t}{v_1}\right)^{u-1}$ 代入 $r_1(t) = e^{-\int_0^{t_1} \lambda_1(s)ds}$ ，可得

$$r_1(t) = e^{-\left(\frac{t}{v_1}\right)^u} \quad (1)$$

而在 $[t_1, t_1+t_2]$ 的条件维护间隙，设备的可靠性函数 $r_2(t) = e^{-\left(\frac{t-t_1}{v_2}\right)^u}$ ，同时， $\lambda_2(t) = \frac{u}{v_2} \left(\frac{t-t_1}{v_2}\right)^{u-1}$ ，根据 $r_2(t_2+t_1) = r_1(t_1) = R^*$ ，得出 $e^{-\left(\frac{t_1}{v_1}\right)^u} = e^{-\left(\frac{(t_2+t_1)-t_1}{v_2}\right)^u}$ ，又因为 $t_1, v_1, t_2$ 和 $v_2$ 均为正数，经过整理后，得

$$t_2 = (v_2/v_1)t_1 \quad (2)$$

以此类推，在 $[t_1+t_2+\dots+t_{m-1}, t_1+t_2+\dots+t_m]$ 的条件维护间隙，可得 $e^{-\left(\frac{t_1}{v_1}\right)^u} = e^{-\left(\frac{(t_1+t_2+\dots+t_{m-1})-t_1-(t_2+\dots+t_{m-1})}{v_m}\right)^u}$ ，即

$$t_m = (v_m/v_1)t_1 \quad (3)$$

综上， $t_1, t_2, t_3, \dots, t_m$ 分别为 $t_1, (v_2/v_1)t_1, (v_3/v_1)t_1, \dots, (v_m/v_1)t_1$ 。证毕。

**命题2** 由于设备具有退化性，当设备达到条件维护阈值时，进行条件维护，如图1所示。条件维护的阈值 $R^*$ 与条件维护操作次数 $m^*$ 之间的关系为，当 $R^*$ 增加时， $m^*$ 也增加，反之亦然。

**证明** 如图1所示，当条件维护阈值为 $R_2^*$ 时，第一次进行条件维护的时刻为 $t_1$ ，令 $R_1^* > R_2^*$ ，而当条件维护阈值为 $R_1^*$ 时，第一次进行条件维护的时刻为 $t'_1$ ，则有 $t_1 > t'_1$ 。

根据命题1可知，当条件维护阈值为 $R_2^*$ 时，条

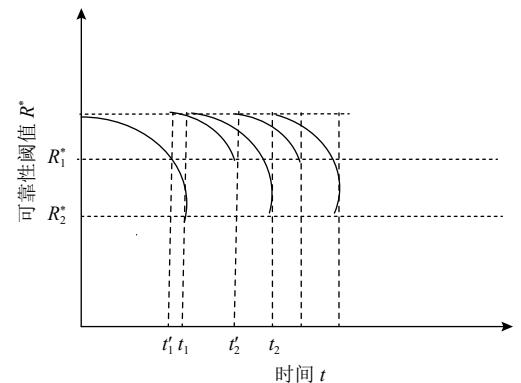


图1 条件维护阈值和维护次数对应图

Figure 1 Graph between conditional maintenance threshold and maintenance times

件维护的次数为 $m^*$ 。生产时间 $T_m = t_1 + t_2 + \dots + t_m = t_1 \left(1 + \frac{v_2}{v_1} + \dots + \frac{v_m}{v_1}\right)$ ，同理，当条件维护阈值为 $R_1^*$ 时，条件维护的次数为 $n^*$ ，生产时间 $T_n = t'_1 + t'_2 + \dots + t'_n = t'_1 \left(1 + \frac{v_2}{v_1} + \dots + \frac{v_n}{v_1}\right)$ 。

若 $T_m = T_n$ ，则当 $t_1 > t'_1$ 时， $n > m$ 。条件维护阈值 $R_1^*$ 对应的条件维护次数大于条件维护阈值为 $R_2^*$ 时对应的条件维护次数。证毕。

针对在2次条件维护之间出现的设备故障，将采取最小维护操作进行处理。关于最小维护操作成本，得到命题3。

**命题3** 在相邻2次条件维护之间采取最小维护操作，若最小维护操作是按照递增法则计算，则一个生产周期内最小维护操作的总成本为 $\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{A(t_i)} c_k$ 。其中， $c_k = c + ka$ ， $c > 0$ ， $a \geq 0$ 。

**证明** 令 $A(t_i)$ 表示在相邻2次条件维护操作之间 $t_i$ 内设备发生的故障次数，其中*i*=1, 2, ...,  $m$ 。可知

$$A(t_i) = \int_0^{t_i} \lambda(s)ds \quad (4)$$

其中， $\lambda(s)$ 表示设备的失效率函数。这里，采用Boland和Proschan<sup>[20]</sup>提出的最小维护成本计算方法。在 $[0, t_1]$ 的条件维护间隙，最小维护成本为 $\sum_{k=1}^{A(t_1)} c_k$ ，即 $\sum_{k=1}^{A(t_1)} c_k$ ；在 $[t_1, t_1+t_2]$ 的条件维护间隙，最小维护成本为 $\sum_{k=1}^{A(t_2)} c_k$ ，即 $\sum_{k=1}^{A(t_2)} c_k$ ；依次类推，在 $[t_1+t_2+\dots+t_{m-1}, t_1+t_2+\dots+t_m]$ 的条件维护间隙，最小维护成本为 $\sum_{k=1}^{A(t_m)} c_k$ ，即 $\sum_{k=1}^{A(t_m)} c_k$ 。证毕。

**命题4** 一个生产周期内，采取条件维护操作，同时在2次条件维护之间采取最小维护操作，最小维护操作按照递增法则计算，则一个生产周期内最小维护操作的总成本为

$$\Lambda(t_1)mc + \frac{\Lambda(t_1)(1+\Lambda(t_1))}{2}ma。其中，c>0, a\geq 0。$$

**证明** 由于 $\Lambda(t_1)=\Lambda(t_2)=\cdots=\Lambda(t_m)$ ，这表示相邻2次条件维护操作间隙 $t_i$ 之间设备发生故障的次数相同。因此，一个生产周期内最小维护操作的总成本 $\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\Lambda(t_i)} c_k$ 可等价于

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\Lambda(t_i)} c_k = m \sum_{k=1}^{\Lambda(t_1)} c_k = m \sum_{k=1}^{\Lambda(t_1)} (c+ka) = \Lambda(t_1)mc + \\ &\frac{\Lambda(t_1)(1+\Lambda(t_1))}{2}ma。 \end{aligned}$$

综上，在相邻2次条件维护间隙内采取最小维护操作，每一次条件维护操作间隙 $t_i$ 内设备发生故障的平均时间比上一次条件维护操作间隙 $t_{i-1}$ 内设备发生故障的平均时间要短。证毕。

在一个生产周期内发生的其他各项成本：生产准备成本为 $s$ ，库存成本为 $\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left( \sum_{i=1}^m t_i \right)^2$ ，条件

$$EAC = \frac{\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left[ \frac{(1-q^m)}{1-q} v_1 (-\ln R^*) \frac{1}{u} \right]^2 + mC_p + s + \Lambda(t_1)mc + \frac{\Lambda(t_1)(1+\Lambda(t_1))}{2}ma}{\frac{Pv_1}{D} \frac{(1-q^m)}{1-q} (-\ln R^*) \frac{1}{u}}。$$

此时最优生产批量为

$$Q^* = Pv_1 \frac{(1-q^m)}{1-q} (-\ln R^*)^{\frac{1}{u}} \quad (9)$$

$$EAC = \frac{\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left\{ \left[ \frac{md(m-1)}{2} + mv_1 \right] (-\ln R^*) \frac{1}{u} \right\}^2 + mC_p + s + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\Lambda(t_i)} (c+ka)}{\frac{P}{D} \left[ \frac{md(m-1)}{2} + mv_1 \right] (-\ln R^*) \frac{1}{u}}。$$

此时，最优生产批量为

$$Q^* = P \left[ \frac{md(m-1)}{2} + mv_1 \right] (-\ln R^*)^{\frac{1}{u}}。 \quad (11)$$

## 2 模型的求解

由于该模型比较复杂，不能求得解析解。为求

维护成本为 $mC_p$ ，因此，期望总成本为

$$ETC = \frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left( \sum_{i=1}^m t_i \right)^2 + mC_p + s + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\Lambda(t_i)} c_k。 \quad (5)$$

根据更新报酬理论<sup>[21]</sup>，期望平均总成本为

$$EAC = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{ETC(t)}{t} = \frac{ETC(m, t_1)}{T} = \frac{\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left( \sum_{i=1}^m t_i \right)^2 + mC_p + s + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\Lambda(t_i)} c_k}{\frac{P}{D} \sum_{i=1}^m t_i}。 \quad (6)$$

把命题1中 $t_i=(v_i/v_1)t_1$ 代入式(6)，整理，可得期望平均总成本为

$$EAC = \frac{\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left[ \sum_{i=1}^m v_i (-\ln R^*) \frac{1}{u} \right]^2 + mC_p + s + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\int_0^{t_i} \lambda(s)ds} (c+ka)}{\frac{P}{D} \sum_{i=1}^m v_i (-\ln R^*) \frac{1}{u}}。 \quad (7)$$

当 $v$ 为等比数列时，式(7)可变为式(8)。这里，假设 $v_{i+1}/v_i=q$ ，其中， $0 < q < 1$ ， $i=1, 2, \dots, m-1$ 。

$$EAC = \frac{\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left[ \frac{(1-q^m)}{1-q} v_1 (-\ln R^*) \frac{1}{u} \right]^2 + mC_p + s + \Lambda(t_1)mc + \frac{\Lambda(t_1)(1+\Lambda(t_1))}{2}ma}{\frac{Pv_1}{D} \frac{(1-q^m)}{1-q} (-\ln R^*) \frac{1}{u}}。 \quad (8)$$

当 $v$ 为等差数列时，式(7)可变为式(10)。这里，假设 $v_{i+1}-v_i=d$ ，其中， $d < 0$ ， $i=1, 2, \dots, m-1$ 。

$$EAC = \frac{\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left\{ \left[ \frac{md(m-1)}{2} + mv_1 \right] (-\ln R^*) \frac{1}{u} \right\}^2 + mC_p + s + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{\int_0^{t_i} \lambda(s)ds} (c+ka)}{\frac{P}{D} \left[ \frac{md(m-1)}{2} + mv_1 \right] (-\ln R^*) \frac{1}{u}}。$$

解模型的最优解，构造如下的求解步骤。

**步骤1** 令 $EAC^{**}$ 表示内循环最优解， $EAC^*$ 表示模型的最优解，并把它们的初始值都赋值为一个较大的数，把设备的可靠性阈值 $R$ 的初始值赋值为0.01， $m^{**}$ 的初始值赋值为1；

**步骤2** 当 $R \leq 1$ 时，进入下一步，否则，退出外循环，转到步骤1；

**步骤3** 利用式(6)或式(8)求出当 $m=1$ 时的期望平均总成本 $EAC^{**}=EAC(R, 1)$ ;

**步骤4** 令条件维护次数 $m=2$ ;

**步骤5** 当 $m \leq 10\ 000$ 时, 进入下一步, 否则, 转到步骤9;

**步骤6** 利用式(6)或式(8)求出当条件维护次数为 $m$ 时的期望平均总成本 $EAC(R, m)$ ;

**步骤7** 比较 $EAC(R, m)$ 和 $EAC^{**}$ 的值, 当 $EAC(R, m) < EAC^{**}$ 时, 令 $EAC^{**} = EAC(R, m)$ , 同时 $m^{**} = m, R^{**} = R$ , 否则跳出内循环, 转到步骤9;

**步骤8** 令 $m = m + 1$ , 转到步骤5;

**步骤9** 比较 $EAC^*$ 和 $EAC^{**}$ 的值, 当 $EAC^* > EAC^{**}$ 时, 令 $EAC^* = EAC^{**}$ , 同时 $R^* = R^{**}, m^* = m^{**}$ ;

**步骤10** 令 $R = R + \Delta R$ , 转到步骤2, 并继续执行之后的步骤;

**步骤11** 当执行完以上步骤后, 此时, 条件维护次数的最优解为 $m^*$ , 可靠性阈值的最优解为 $R^*$ , 对应的期望平均最小总成本为 $EAC^*$ 。

算法的流程如图2所示。

### 3 数值实验

为了检验上文所构造的模型, 本节将通过以下具体的数值算例来对上面的求解过程作出说明。本模型参数的数据如下。 $P=300$ 个/h,  $D=100$ 个/h,  $s=\$100/\text{次}$ ,  $h=\$1/\text{h}$ ,  $C_p=\$5/\text{次}$ ,  $c=\$50$ ,  $a=\$10$ ,  $u_1=2$ ,  $v_1=0.7$ ,  $q=0.9$ ,  $d=-0.1$ 。

#### 3.1 最优解求解

**算例1**  $v$ 为等比数列

通过上一节中提供的求解步骤进行计算, 模型求解的相关结果如图3所示。

从图3可以看出, 当条件维护阈值为 $R^*$ 时,  $EAC$ 关于 $m$ 先单调递减再单调递增。模型的最优解为 $m^*=2, R^*=0.91, Q^*=121.02, t_1^*=0.21, EAC^*=181.65$ 。当 $R$ 增加时,  $Q^*$ 单调递减,  $m^*$ 单调递增,  $t_1^*$ 单调递减。 $EAC$ 总体先减少, 后增加。

设备不具有退化性条件下期望平均总成本模型可简化为

$$EAC = \frac{\frac{Ph}{2} \left( \frac{P}{D} - 1 \right) \left[ mv_1 (-\ln R^*) \frac{1}{u} \right]^2 + mC_p + s + \Lambda(t_1)mc + \frac{\Lambda(t_1)(1 + \Lambda(t_1))}{2}ma}{\frac{Pmv_1}{D} (-\ln R^*) \frac{1}{u}} \quad (12)$$

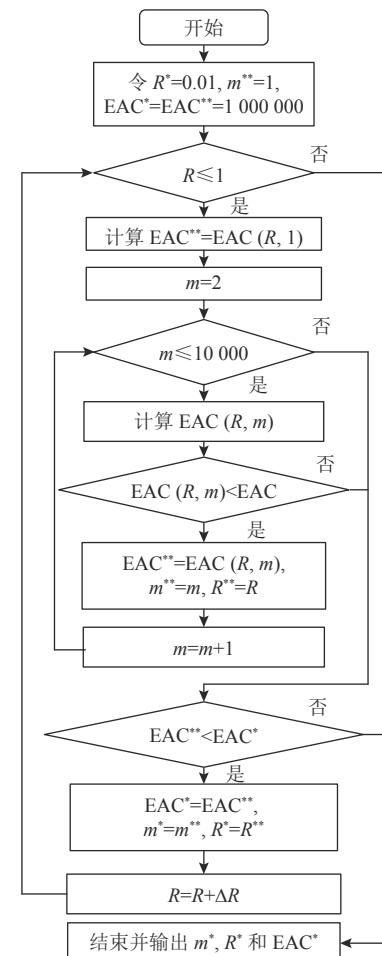


图2 算法流程图

Figure 2 Flow chart of algorithm

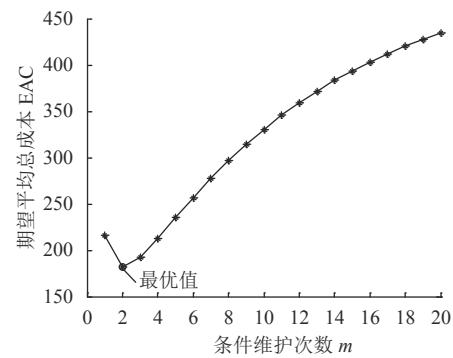


图3 算例1中EAC和 $m$ 的关系图

Figure 3 Correlation between EAC and  $m$  in case 1

金垚等<sup>[9]</sup>的模型只是本模型的一种特殊情形。根据表1, 可知当其他参数均相同的情况下,  $EAC^*$ 高于设备不具有退化性的 $EAC^*$ 。前者的 $R^*$ 、 $Q^*$ 和 $m^*$ 比后者的都要少。

表1 等比数列时具有退化性的设备与非退化性的设备的对比

Table 1 Comparison of deterioration with geometric progression and no-deterioration equipment

参数		非退化性机器设备				具有退化性机器设备			
$u$	$v$	$m^*$	$R^*$	$Q^*$	$EAC^*$	$m^*$	$R^*$	$Q^*$	$EAC^*$
2.0	0.7	3	0.92	158.01	131.37	2	0.91	121.02	181.65
2.0	0.6	3	0.90	154.79	134.01	2	0.91	103.73	211.92
2.0	0.5	4	0.91	149.73	137.68	2	0.91	86.44	254.31
2.0	0.4	5	0.91	143.23	142.72	2	0.91	69.15	317.89
2.1	0.7	3	0.93	158.28	130.48	2	0.92	121.16	180.69
2.2	0.7	3	0.94	158.75	129.70	2	0.92	121.34	179.85
2.3	0.7	3	0.94	159.06	129.02	2	0.93	121.54	179.09
2.4	0.7	3	0.95	159.45	128.41	2	0.94	121.77	178.43

### 算例2 $v$ 为等差数列

同样通过上一节中提供的求解步骤计算模型的相关结果, 如图4所示。从图4可以看出, 当条件维护阈值为 $R^*$ 时,  $EAC$ 关于 $m$ 先单调递减再单调递增。通过上节给出的算法, 求解了最优生产批量。其中 $m^*=6$ ,  $R^*=0.89$ ,  $Q^*=272.35$ ,  $t_1^*=0.23$ ,  $EAC^*=95.19$ 。

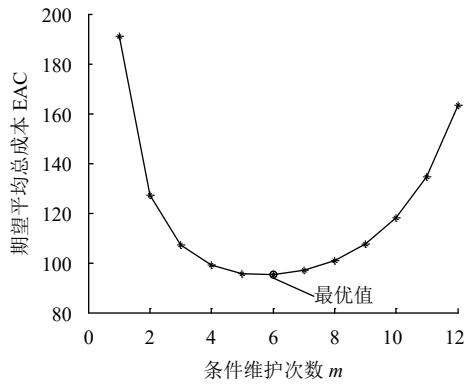


图4 算例2中EAC和 $m$ 的关系图

Figure 4 Correlation between EAC and  $m$  in case 2

根据表2, 通过对比具有退化性的设备与非退化性的设备在相同参数情况下的数据得到以下结论。 $EAC^*$ 总体要低于设备不具有退化性的 $EAC^*$ 。前者的条件维护的阈值比后者的少, 而前者的 $m^*$ 和 $Q^*$ 均比后者的多。在这里, 设备不具有退化性条件下模型依然采用式(12)的模型。

表2 等差数列时具有退化性的设备与非退化性的设备的对比

Table 2 Comparison of deterioration with arithmetic progression and no-deterioration equipment

参数	非退化性机器设备				具有退化性机器设备				
	$u$	$v$	$m^*$	$R^*$	$Q^*$	$EAC^*$	$m^*$	$R^*$	$Q^*$
2.0	0.7	3	0.92	158.01	131.37	6	0.81	272.35	95.20
2.0	0.6	3	0.90	154.79	134.01	5	0.86	225.38	110.46
2.0	0.5	4	0.91	149.73	137.68	4	0.83	180.29	132.34
2.0	0.4	5	0.91	143.23	142.72	3	0.77	137.00	166.41
2.1	0.7	3	0.93	158.28	130.48	6	0.90	273.04	93.75
2.2	0.7	3	0.94	158.75	129.70	6	0.91	273.98	92.46
2.3	0.7	3	0.94	159.06	129.02	6	0.91	275.18	91.30
2.4	0.7	3	0.95	159.45	128.41	6	0.92	276.49	90.26

### 3.2 敏感性分析

#### 算例1 $v$ 为等比数列

对 $D$ 、 $P$ 、 $q$ 和 $s$ 这4个重要的参数进行了敏感性分析。每个参数均以10%的速度增长。它们对 $EAC^*$ 、 $Q^*$ 、 $m^*$ 、 $R^*$ 和 $t_1^*$ 的影响如图5所示。

1) 随着 $D$ 的增加,  $EAC^*$ 从141.46增加至184.76(图5a),  $Q^*$ 从80.48增加至118.65(图5b),  $m^*$ 基本稳定(图5c),  $R^*$ 从0.75减少至0.54(图5d),  $t_1^*$ 从0.36增加至0.54(图5e)。这是因为需求的增加, 导致生产量的增加, 从而 $Q^*$ 、 $t_1^*$ 和 $EAC^*$ 不断增大, 条件维护的可靠性阈值不断降低。

2) 随着 $P$ 的增加,  $EAC^*$ 从141.46减少至137.82(图5a),  $Q^*$ 从80.48减少至79.70(图5b),  $m^*$ 从3减少至2(图5c),  $R^*$ 从0.75增加至0.89(图5d),  $t_1^*$ 从0.36减少至0.23(图5e)。这是因为生产率的增加, 导致设备退化的加剧, 从而 $Q^*$ 、 $t_1^*$ 和 $m^*$ 不断减少, 而 $R^*$ 不断增加,  $EAC^*$ 呈先减少后增加的变化。

3) 随着 $q$ 的增加,  $EAC^*$ 从141.46减少至125.77(图5a),  $Q^*$ 从80.48增加至99.23(图5b),  $m^*$ 从3增加至5(图5c),  $R^*$ 从0.75增加至0.91(图5d),  $t_1^*$ 从0.36减少至0.20(图5e)。这是因为 $q$ 的增加, 导致 $t_1^*$ 的减少, 从而 $Q^*$ 、 $m^*$ 和 $R^*$ 不断增加, 而 $EAC^*$ 不断减少。

4) 随着 $s$ 的增加,  $EAC^*$ 从141.46增加至194.25(图5a),  $Q^*$ 从80.48增加至108.72(图5b),  $m^*$ 保持稳定(图5c),  $R^*$ 从0.75降低至0.60(图5d),  $t_1^*$ 从0.36增加至0.49(图5e)。这是因为 $s$ 的增加, 导致成本的增加, 从而 $Q^*$ 和 $t_1^*$ 不断增大,  $m^*$ 基本稳定,  $R^*$ 不断降低,  $EAC^*$ 不断上升。

$EAC^*$ 对 $P$ 不太敏感, 对 $D$ 和 $s$ 敏感, 而对 $q$ 非常敏感。总体而言,  $EAC^*$ 随着 $D$ 和 $s$ 的增加而增加, 而

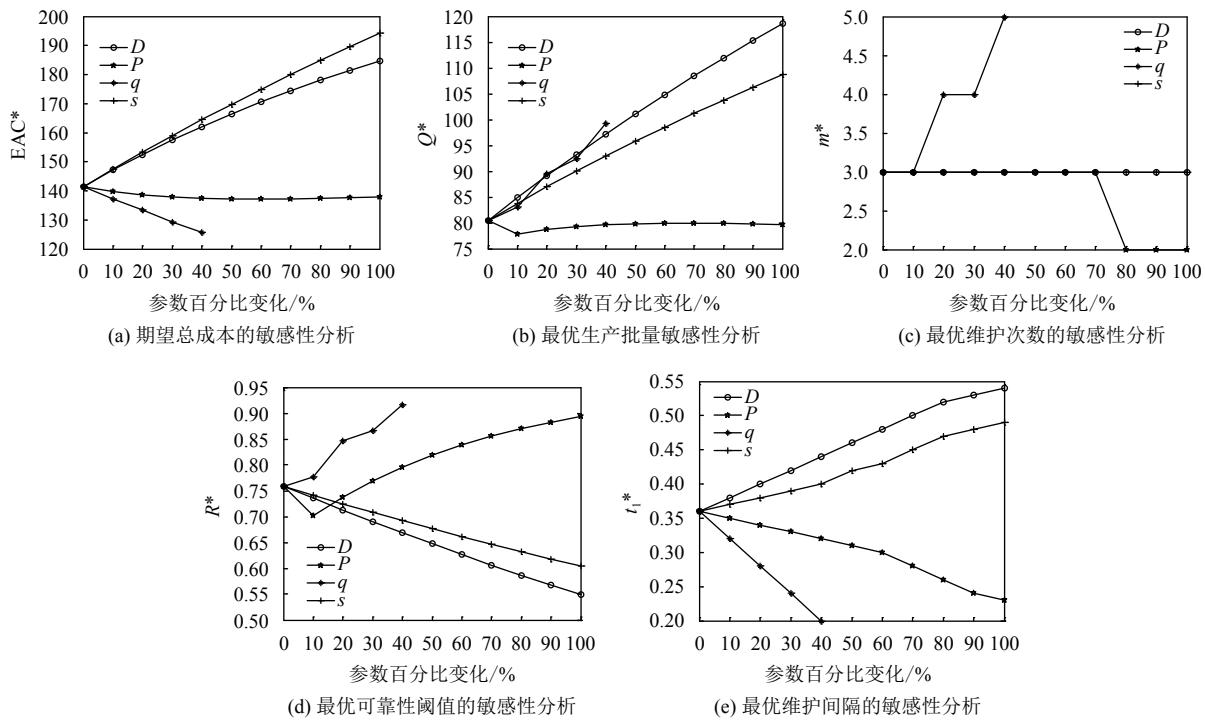


图5 算例1中各参数敏感性分析

Figure 5 Sensitivity analyses of  $EAC^*$ ,  $Q^*$ ,  $m^*$ ,  $R^*$  and  $t_1^*$  in case 1

随着 $P$ 和 $q$ 的增加而减少(图5a)。基于此, 关注公比系数的变化有利于提高管理者对设备劣化水平的管控能力。 $Q^*$ 对 $P$ 不敏感, 对 $s$ 敏感, 对 $D$ 和 $q$ 非常敏感。总体而言,  $Q^*$ 随着 $D$ ,  $q$ 和 $s$ 的增加而增加, 而随着 $P$ 的增加而减少(图5b)。因此 $D$ 和 $q$ 是影响 $Q^*$ 的最重要因素。 $m^*$ 对 $P$ 和 $q$ 敏感, 对 $D$ 和 $s$ 敏感。总体而言,  $m^*$ 随着 $P$ 增加而减少, 随着 $q$ 的增加而增加(图5c)。因此, 公比是影响最优维护次数最重要的因素, 特别关注公比的变化是控制好最优维护次数的有效手段之一。 $R^*$ 对于 $P$ ,  $q$ 和 $s$ 敏感, 对于 $D$ 非常敏感。总体而言,  $R^*$ 随着 $s$ 和 $D$ 增加而减少, 随着 $P$ 和 $q$ 的增加而增加(图5d)。因此, 关注需求的变化是控制可靠性阈值的一种有效手段。 $t_1^*$ 对 $P$ 和 $s$ 敏感, 对 $D$ 和 $Q$ 非常敏感。总体而言,  $t_1^*$ 随着 $s$ 和 $D$ 增加而增加, 随着 $P$ 和 $q$ 的增加而减少(图5e)。因此, 关注公比的变化是控制好维护间隔的手段之一。综上, 得到相关的管理启示: 控制好需求和公比系数有助于企业的生产运作。

## 算例2 $v$ 为等差数列

当 $v$ 为等差数列时, 本文对 $D$ 、 $P$ 、 $d$ 和 $s$ 这4个重要的参数进行了敏感性分析。这4个重要参数对 $EAC^*$ 、 $Q^*$ 、 $m^*$ 、 $R^*$ 和 $t_1^*$ 的影响如图6所示。同样, 各参数的增长率为10%。

1) 随着 $D$ 的增加,  $EAC^*$ 从95.19增加至129.14(图6a),  $Q^*$ 从272.35增加至381.99(图6b),  $m^*$ 从6减少至5(图6c),  $R^*$ 从0.89减少至0.77(图6d),  $t_1^*$ 从0.23增加至0.35(图6e)。因为需求的增加导致生产量的增加, 因此 $Q^*$ 、 $t_1^*$ 和 $EAC^*$ 不断增大,  $m^*$ 减少,  $R^*$ 不断降低。

2) 随着 $P$ 的增加,  $EAC^*$ 从95.19减少至93.16(图6a),  $Q^*$ 从272.35增加至278.87(图6b),  $m^*$ 保持稳定(图6c),  $R^*$ 从0.89增加至0.97(图6d),  $t_1^*$ 从0.23减少至0.12(图6e)。因为生产率的增加, 导致设备退化的加剧, 因此 $Q^*$ 和 $t_1^*$ 不断减少, 而 $R^*$ 和 $m^*$ 不断增加,  $EAC^*$ 呈先减少后增加的变化。

3) 随着 $d$ 的增加,  $EAC^*$ 从95.19增加至118.46(图6a),  $Q^*$ 从272.35降低至193.30(图6b),  $m^*$ 从6降低至3(图6c),  $R^*$ 从0.89降低至0.83(图6d),  $t_1^*$ 从0.23增加至0.30(图6e)。因为 $d$ 的降低, 导致 $t_1^*$ 的增加, 因此 $Q^*$ 和 $EAC^*$ 不断增大,  $m^*$ 和 $R^*$ 不断减少。

4) 随着 $s$ 的增加,  $EAC^*$ 从95.19增加至126.76(图6a),  $Q^*$ 从272.35增加至361.05(图6b),  $m^*$ 保持稳定(图6c),  $R^*$ 从0.89降低至0.81(图6d),  $t_1^*$ 从0.23增加至0.31(图6e)。因为 $s$ 的增加, 导致成本的增加, 因此 $Q^*$ 和 $t_1^*$ 不断增大,  $m^*$ 基本稳定,  $R^*$ 不断降低,

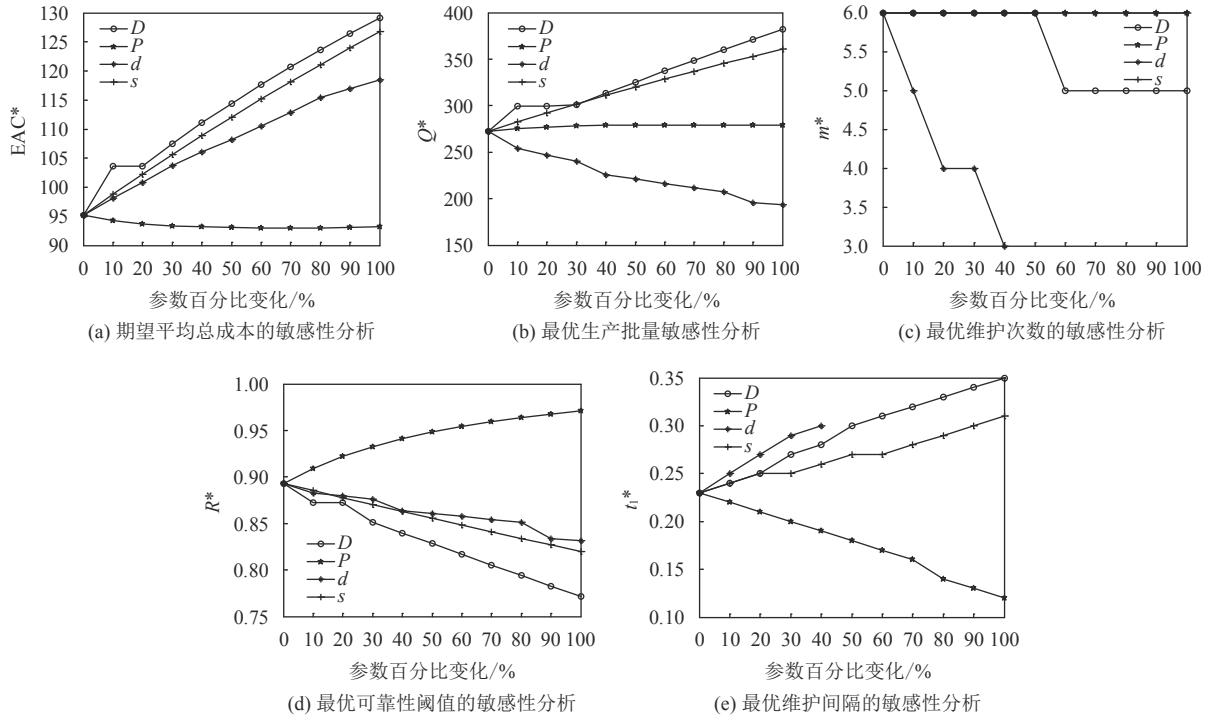


图 6 算例2中期望平均总成本的敏感性分析

Figure 6 Sensitivity analyses of  $EAC^*$ ,  $Q^*$ ,  $m^*$ ,  $R^*$  and  $t_1^*$  in case 2

$EAC^*$ 不断上升。

$EAC^*$ 对 $P$ 不太敏感, 对 $d$ 和 $s$ 敏感, 而对 $D$ 非常敏感。总体而言,  $EAC^*$ 随着 $D$ ,  $d$ 和 $s$ 增加而增加, 随着 $P$ 的增加而减少(图6a)。基于此, 决策者应特别关注需求的变化, 提高对市场需求的预测水平。 $Q^*$ 对 $P$ 不敏感, 对 $D$ 和 $s$ 敏感, 而对 $d$ 非常敏感。总体而言,  $Q^*$ 随着 $D$ 和 $s$ 的增加而增加, 而随着 $d$ 的增加而减少(图6b)。因此,  $d$ 是影响 $Q^*$ 的最重要因素, 控制好公差系数将会有助于企业的生产运作。 $m^*$ 对 $D$ 和 $d$ 敏感, 对 $P$ 和 $s$ 不敏感。总体而言,  $m^*$ 随着 $D$ 和 $d$ 增加而减少(图6c)。因此, 公差是影响最优维护次数最重要因素, 特别关注公差的变化是控制好最优维护次数的有效手段之一。 $R^*$ 对 $P$ ,  $d$ 和 $s$ 敏感, 对 $D$ 非常敏感。总体而言,  $R^*$ 随着 $d$ ,  $s$ 和 $D$ 增加而减少, 随着 $P$ 的增加而增加(图6d)。因此, 需求是影响条件维护的可靠性阈值最重要的因素, 特别关注需求的变化是管理好可靠性阈值的有效手段之一。 $t_1^*$ 对 $P$ 和 $D$ 敏感, 对 $d$ 非常敏感。总体而言,  $t_1^*$ 随着 $s$ ,  $d$ 和 $D$ 增加而增加, 随着 $P$ 的增加而减少(图6e)。因此, 公差是影响最优维护间隔的最重要的因素, 特别关注公差的变化是控制好最优维护间隔的有效手段之一。综上, 得到相关的管理启示: 控制好需求和公差将会有助于企业的生产运作。

## 4 结语

本文考虑了一个设备退化和条件维护策略下的生产批量决策模型。考虑等比和等差2种模型, 并求解了生产批量的最优决策。当 $v$ 为等比数列时,  $EAC^*$ 对 $P$ 不太敏感, 对 $D$ 和 $s$ 敏感, 对 $q$ 非常敏感。决策者应特别关注公比系数的变化, 提高对设备劣化水平的管控能力。当 $v$ 为等差数列时,  $Q^*$ 对 $P$ 不敏感, 而对 $d$ 非常敏感。决策者控制好公差系数将会有助于企业的生产运作。需求是影响条件维护可靠性阈值最重要的因素。特别关注需求的变化是管理好可靠性阈值的有效手段之一。公比和公差是影响最优维护次数和最优维护间隔的最重要因素。因此, 关注公比和公差的变化是控制好最优维护间隔和最优维护次数的有效手段之一。

本文下一步研究工作可以考虑需求不确定情况下的设备可靠性退化对于生产批量决策的影响, 还可以拓展为多级供应链的情况, 研究具有设备退化的制造商对上下游决策的影响。

## 参考文献:

- [1] GRALL A, BÉRENGUER C, DIEULLE L. A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems[J].

- Reliability Engineering & System Safety, 2002, 76(2): 167-180.
- [2] ASADZADEH S M, AZADEH A. An integrated systemic model for optimization of condition-based maintenance with human error[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 124: 117-131.
- [3] CHEN N, YE Z S, XIANG Y, et al. Condition-based maintenance using the inverse Gaussian degradation model[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 243(1): 190-199.
- [4] CHERKAOUI H, HUYNH K T, GRALL A. On the assessment of performance and robustness of condition-based maintenance strategies[J]. IFAC-Papers Online, 2016, 49(12): 809-814.
- [5] LIU B, WU S M, XIE M, et al. A condition-based maintenance policy for degrading systems with age- and state-dependent operating cost[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 263(3): 879-887.
- [6] OLDE KEIZER M C A, FLAPPER S D P, TEUNTER R H. Condition-based maintenance policies for systems with multiple dependent components: a review[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 261(2): 405-420.
- [7] 范体军, 陈荣秋, 崔南方. 设备维护外包策略分析[J]. 中国管理科学, 2003, 11(4): 47-53.
- FAN Tijun, CHEN Rongqiu, CUI Nanfang. Strategic analysis of equipment maintenance outsourcing[J]. Chinese Journal of Management Science, 2003, 11(4): 47-53.
- [8] 邵校, 陈志祥. 多级产品质量体系下劣化设备的生产与维护联合决策[J]. 管理学报, 2017, 14(12): 1862-1869.
- SHAO Xiao, CHEN Zhixiang. Joint decision of production and maintenance for deteriorating equipment under multi-grade product quality system[J]. Chinese Journal of Management, 2017, 14(12): 1862-1869.
- [9] 金垚, 王莹, 潘尔顺. 基于可靠度限制的PM与EPQ整合模型[J]. 工业工程与管理, 2010, 15(5): 66-69.
- JIN Yao, WANG Ying, PAN Ershun. Research on integrated model of economic production quantity and preventive maintenance strategy based on system reliability[J]. Industrial Engineering and Management, 2010, 15(5): 66-69.
- [10] 张博文, 陆志强, 张岳君. 基于系统可靠性的生产与维护计划联合决策[J]. 计算机集成制造系统, 2015, 21(8): 2079-2088.
- ZHANG Bowen, LU Zhiqiang, ZHANG Yuejun. Joint model of production and maintenance planning based on system reliability[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2015, 21(8): 2079-2088.
- [11] RADHOUI M, REZG N, CHELBI A. Integrated model of preventive maintenance, quality control and buffer sizing for unreliable and imperfect production systems[J]. International Journal of Production Research, 2009, 47(2): 389-402.
- [12] CHOUIKHI H, KHATAB A, REZG N. A condition-based maintenance policy for a production system under excessive environment degradation[J]. IFAC Proceedings Volumes, 2012, 45(6): 956-962.
- [13] DO VAN P, BÉRENGUER C. Condition-based maintenance with imperfect preventive repairs for a deteriorating production system[J]. Quality and Reliability Engineering International, 2012, 28(6): 624-633.
- [14] LEE S, NI J. Joint decision making for maintenance and production scheduling of production systems[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 66(5-8): 1135-1146.
- [15] COMPARE M, MARTINI F, ZIO E. Genetic algorithms for condition-based maintenance optimization under uncertainty[J]. European Journal of Operational Research, 2015, 244(2): 611-623.
- [16] LU B, ZHOU X, LI Y. Joint modeling of preventive maintenance and quality improvement for deteriorating single-machine manufacturing systems[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 91(1): 188-196.
- [17] JAFARI L, MAKIS V. Optimal lot-sizing and maintenance policy for a partially observable production system[J]. Computers & Industrial Engineering, 2016, 93(3): 88-98.
- [18] OLDE KEIZER M C A, TEUNTER R H, VELDMAN J. Joint condition-based maintenance and inventory optimization for systems with multiple components[J]. European Journal of Operational Research, 2017, 257(1): 209-222.
- [19] CHENG G Q, ZHOU B H, LI L. Joint optimization of lot sizing and condition-based maintenance for multi-component production systems[J]. Computers & Industrial Engineering, 2017, 110: 538-549.
- [20] BOLAND P J, PROSCHAN F. Optimum replacement of a system subjected to shocks[J]. Operations Research, 1983, 31(4): 697-704.
- [21] ROSS S M. Introduction to probability models [M]. 5th Edition. New York: Academic Press, 1993.