第 23 卷 第 2 期
2020 年 4 月
工 业 工 程
Industrial Engineering Journal
Vol. 23 No. 2
April 2020

doi: 10.3969/j.issn.1007-7375.2020.02.017

价格随机条件下看涨期权折扣契约的应急供应链协调研究

黄冬宏，吴双胜，刘　浪

（华东交通大学 经济管理学院，江西 南昌 330013）

摘要: 在突发事件造成市场需求与市场价格均随机波动的条件下，将期权与数量折扣契约融合，形成一种新的期权折扣契约，并用看涨期权折扣契约模型来协调供应链。通过海塞矩阵判断得知供应链存在最优决策，并进行算例分析。结果表明：当突发事件引起市场需求增加时，看涨期权折扣契约和数量折扣契约均能有效地提升供应链收益，且看涨期权折扣契约提升的幅度更大；当突发事件引起市场需求缩小时，2种契约均不能扭转整个供应链收益大幅下降的局面，且看涨期权折扣契约下降的幅度更大。为获取超额利润，决策者必须充分获取市场信息并对市场需求进行准确的预测才能使新的契约机制更有效。在新的前提条件下，看涨期权折扣契约模型能有效地协调供应链并提高整个供应链系统的绩效。该契约实现了风险共担和收益双赢，在一定程度上提升了供应链的柔性。

关键词: 价格随机；期权契约；数量折扣契约；海塞矩阵；供应链协调

中图分类号: F406.7　　**文献标志码:** A　　**文章编号:** 1007-7375(2020)02-0133-09

A Research on Emergency Supply Chain Coordination of Call Option Discount Contract under Price Randomization

HUANG Donghong, WU Shuangsheng, LIU Lang

(School of Economics and Management, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

Abstract: Under the condition that emergencies cause random fluctuations in market demand and market price, the option and quantity discount contract are integrated into a new option discount contract, and a call option discount contract model is used to coordinate the supply chain. It is known that the supply chain has an optimal decision through Hessian Matrix, and the example analysis is given. The results show that both the call option discount contract and the quantity discount contract can effectively improve the revenue of the supply chain when the market demand is increased due to emergencies, and the increase of the call option discount contract is greater. When the market demand is reduced due to an emergency, neither of the two contracts can reverse the situation that the revenue of the whole supply chain decreases significantly, and the discount contract of call option declines even more. In order to obtain the excess profit, the decision maker must obtain the market information sufficiently and forecast market demand accurately to make the new contract mechanism more effectively. Under the new premise, the call option discount contract model can effectively coordinate the supply chain and improve the performance of the whole supply chain system. This contract realizes risk sharing and benefit win-win and improves the flexibility of supply chain to some extent.

Key words: price randomization; option contract; quantity discount contract; Hessian Matrix; supply chain coordination

随着经济的高速发展，供应链上的节点企业在获取高额利润的同时也面临诸多不确定因素带来的冲击，原有的平衡状态被打破。而供应链上的参与者作为理性的“经济人”在决策时必然以自身利润最

收稿日期：2019-04-30

基金项目：国家自然科学基金资助项目(71562013)； 江西省自然科学基金资助项目(20181BAA208041)

作者简介：黄冬宏(1993-)，男，安徽省人，硕士研究生，主要研究方向为应急供应链管理.

通讯作者：刘浪(1973-)，男，江西省人，教授，博士，主要研究方向为应急供应链管理、应急物流. E-mail：liulang@ecjtu.edu.cn

大化为行为准则，进而导致双重边际化效应，使整个供应链利益受损。通过分析以往的文献[1-2]发现契约机制能很好地应对这一现象。数量折扣契约作为一种常用契约，是指上游供应商根据购买量给下游零售商相应折扣，旨在通过订货量实现对价格的控制。期权作为一种重要的金融工具能在规避风险的同时提高资产投资效率。鉴于此，有学者运用期权的方法展开对供应链风险管理的研究，如文献[3-4]。

目前，关于采用契约机制协调供应链的研究主要建立在单个因素基础上[5-9]。文献[5]以短生命周期产品为研究对象，考虑在随机需求的情况下零售商对短生命周期产品的定价和订购量的联合决策。文献[6]在随机需求的前提下构建了一种供应链随机模型来研究滞销品的销售问题，并采用目标与惩罚契约来协调供应链。文献[7]考虑具有贸易信用违约风险时运用数量折扣契约协调供应链的问题。文献[8]探讨了随机需求下供应商管理库存(vendor managed inventory，VMI)系统中供应商与多个零售商之间的相互作用，并通过仿真验证了该系统的有效性。文献[9]研究了在集中决策和分散决策下市场需求中断对零售商销售价格的影响，最后用数值分析对结果进行了检验。

在实际的市场经济活动中，当突发事件发生时，不仅市场需求会急剧变化，生产成本、供应链成员的风险态度等也可能会发生一定程度上的改变。因此，多因素扰动下如何通过构建契约实现供应链的协调更具现实意义[10-13]。文献[10]在需求不确定的前提下，研究零售商厌恶风险和制造商风险中性的二级供应链协调问题。文献[11]探究了零售商和供应商均风险厌恶且二者的厌恶程度不一样的供应链绩效问题，发现供销双方不同的风险厌恶程度对整个供应链系统的绩效有很大影响。文献[12]研究发现，当市场环境变化导致生产成本和市场需求同时发生改变时，调整期权契约能够使供应链再次协调。文献[13]在供应商的产量和零售商的需求量均为随机的情况下，研究了零售商和供应商在分散决策下的生产和采购问题。

以上研究都是在商品价格稳定的前提下展开的，没有考虑商品的价格受外来因素的冲击而发生变化的情况。文献[14-20]拓展了研究的前提条件，探究了在价格随机的前提下，通过相应的契约机制以及对基准情况下的模型进行改进使得原本失衡的供应链系统重新达到协调。而这些都是建立在单个契约的基础上展开的研究，并没有将不同种契约组合起来使用。

随着问题的复杂化程度不断加深，单一的契约模型已不能协调复杂情况下的供应链。将2种甚至多种契约糅合在一起使用成为研究的重点[21-24]。文献[21]采用合作博弈的方法，以批发价格机制为基准，建立了期权合约模型，研究了基于期权合约的制造商–零售商供应链协调问题，其研究结果表明期权合约可以协调供应链，实现帕累托最优。文献[22]研究了用期权的方式使回购契约模型达到供应链协调。文献[23]将期权合同机制引入救济物资供应链管理中，设计了一个具有2个交付步骤的期权合约，并建立了一个期权定价模型来估计供应链中2个成员的同一期权合约的不同价值。文献[24]将单向期权扩展为双向期权，并为双向期权的二级供应链系统开发了一个供应合同，分析了双向期权对零售商订单策略的反馈效应。

通过浏览期权与契约相结合的文献可知，将期权与数量折扣契约融合使用的研究极少。实际中，零售商可以通过购买一定数量的看涨期权的方式将市场风险过渡到供应商。而供应商作为博弈的主导者，可以借助数量折扣契约设计一系列订货量和批发价的组合清单来刺激零售商增加订货量，从而达到抑制自身风险过大的目的。2种契约的融合避免了一方风险过大的情况产生，实现了风险共担。对于协调供应链和巩固供销双方的合作关系都有一定的现实意义。

综上可见，虽然有一部分学者将价格随机波动引入到供应链管理领域，但是将价格随机与期权契约相结合的供应链协调研究较少，将价格随机、期权契约以及数量折扣契约相结合的研究则更少。因此，本文通过设置恰当的机制将价格随机以及这2种契约机制合理地糅合在一起，形成新的契约机制，以此来协调供应链，并对协调效果进行比较。

1 相关参数及含义

本文模型中涉及到的参数及经济含义如表1所示。

其中，$F(0)=0$，$\bar{F}(x)=1-F(x)$，$H(0)=0$，$\bar{H}(x)=1-H(x)$，$\mu=E(D)=\int_0^{+\infty}xf(x)\mathrm{d}x$，$S(q)=q-\int_0^{q}F(x)\mathrm{d}x$，$v<c<w(q)<p_0$。

表 1　相关参数及含义

Table 1　Relevant parameters and implications

参数	含义
p_0	价格稳定时的的市场价格
c_s	供应商边际生产成本
c_r	零售商边际销售成本
c	c_r+c_s
g_s	供应商单位缺货损失成本
g_r	零售商单位缺货损失成本
g	g_r+g_s
v_r	零售商剩余商品的单位残值
v_s	供应商剩余商品的单位残值
v	商品的单位残值($v = v_r + v_s$)
$w(q)$	供应商向零售商提供与订货量成反比的单位批发价
D	市场的随机需求
$F(x)$	价格稳定下市场需求的分布函数，且$F(x)$可微和严格递增
$f(x)$	价格稳定下市场需求的密度函数
$H(x)$	价格随机下市场需求的分布函数，且$H(x)$可微和严格递增
$h(x)$	价格随机下市场需求的密度函数
λ_1	市场需求增加时供应商扩大生产的边际生产成本
λ_2	市场需求缩小时供应商增加的边际处理成本
μ	市场期望需求
$S(q)$	零售商的期望销售量
c_o	商品的期权价格
c_e	期权执行价格
m	期权购买量
η	供应链的利润分配系数

2　价格稳定条件下的应急数量折扣契约模型

假设供应链成员均为风险中性和完全理性，销售商品为短寿命周期产品。零售商、供应商以及整个供应链系统的期望收益函数分别为

$$E(\pi_r) = \int_0^q [p_0x+v(q-x)]f(x)\mathrm{d}x+\int_q^\infty [p_0q-g_r(x-q)]\times f(x)\mathrm{d}x - c_rq - w(q)q, \tag{1}$$

$$E(\pi_s) = w(q)q-\int_q^\infty g_s(x-q)f(x)\mathrm{d}x-c_sq-\lambda_1(q-q^*)^+-\lambda_2(q^*-q)^+, \tag{2}$$

$$E(\pi_h) = E(\pi_r)+E(\pi_s)=(p_0-v+g)S(q)-(c-v)q-g\mu-\lambda_1(q-q^*)^+-\lambda_2(q^*-q)^+。 \tag{3}$$

市场需求因突发事件而发生波动，同时市场价格保持稳定，此时，批发价为

$$\hat{w}^c(q) = \frac{[(1-\eta)(p_0+g-v)-g_s]S(q)}{q}+(1-\eta)v-c_r+\eta c+\frac{\eta}{q}[\lambda_1(q-q^*)^+ + \lambda_2(q^*-q)^+]。$$

此时，数量折扣契约能协调供应链。(详见文献[18])。

3　价格稳定条件下的应急看涨期权契约模型

以突发事件导致市场需求发生随机变化，而商品的市场价格保持不变为前提条件，将看涨期权契约引入到协调供应链管理领域。零售商作为理性的“经济人”，为确保自身在承担较低风险的同时获取高额利润，会按照期权订购和固定订购相融合的策略来确定订货量，按批发价w确定其固定订购量q，同时购买数量为m的期权，根据销售季节的市场需求状况决定是否执行看涨期权。此外，为保证模型的有效性，模型中的相关参数须满足$v_s \leqslant c_s \leqslant w(q) \leqslant c_o+c_e \leqslant p_0$

零售商、供应商和整个供应链的期望收益函数分别为

$$E(\pi_r)=\int_0^q [p_0x+v_r(q-x)-c_r(q+m)]f(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[p_0x-c_r(q+m)-c_e(x-q)]f(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^\infty [p_0(q+m)-g_r(x-q-m)-c_r(q+m)-c_em]f(x)\mathrm{d}x-w(q)\cdot q-c_om, \tag{4}$$

$$E(\pi_s) = w(q)\cdot q+c_om+\int_0^q [v_sm-c_s(q+m)]f(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[c_e(x-q)+v_s(q+m-x)-c_s(q+m)]f(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^\infty [c_em-g_s(x-q-m)-c_s(q+m)]f(x)\mathrm{d}x-\lambda_1(q+m-q^*)^+-\lambda_2(q^*-q-m)^+, \tag{5}$$

$$E(\pi_h)=E(\pi_r)+E(\pi_s)=\int_0^q [p_0x+v_r(q-x)+v_sm]f(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[p_0x+v_s(q+m-x)]f(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^\infty [p_0(q+m)-g(x-q-m)]f(x)\mathrm{d}x-c(q+m)-\lambda_1(q+m-q^*)^+-\lambda_2(q^*-q-m)^+。 \tag{6}$$

对式(4)分别求q、m一阶导数和二阶导数，得

$$\frac{\partial E(\pi_r)}{\partial q} = \int_0^q v_rf(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m} c_ef(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^\infty (p_0+g_r)\times f(x)\mathrm{d}x-c_r-w(q) = (v_r-c_e)F(q)-(p_0+g_r-c_e)F(q+m)+p_0+g_r-c_r-w(q), \tag{7}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q^2} = -(c_e-v_r)f(q)-(p_0+g_r-c_e)f(q+m)<0, \tag{8}$$

$$\frac{\partial E(\pi_r)}{\partial m}=\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g_r-c_e)f(x)\mathrm{d}x-c_o-c_r=(p_0+g_r-c_e-c_o-c_r)-(p_0+g_r-c_e)F(q+m)。\tag{9}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m^2}=-(p_0+g_r-c_e)f(q+m)<0,\tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q\partial m}=\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m\partial q}=-(p_0+g_r-c_e)f(q+m)<0。\tag{11}$$

由式(8)、式(10)和式(11)可得海塞矩阵

$$\boldsymbol{H}_r=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m^2}\end{bmatrix}。\tag{12}$$

由式(8)可知

$$\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q^2}<0,\tag{13}$$

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m^2}\end{vmatrix}=(p_0+g_r-c_e)(c_e-v_r)f(q+m)f(q)>0。\tag{14}$$

根据式(13)和式(14)，可知$\boldsymbol{H}_r$为负定。故，分散决策模式下，零售商存在唯一的最优订货策略(q_r^*, m_r^*)，q_r^*和m_r^*分别为最优固定订购量和最优期权购买量。令式(7)和式(9)等于0，可得

$$q_r^*+m_r^*=F^{-1}\left(\frac{p_0+g_r-c_e-c_o-c_r}{p_0+g_r-c_e}\right),\tag{15}$$

$$q_r^*=F^{-1}\left(\frac{c_o+c_e-w(q)}{c_e-v_r}\right),\tag{16}$$

$$m_r^*=F^{-1}\left(\frac{p_0+g_r-c_e-c_o-c_r}{p_0+g_r-c_e}\right)-q_r^*。\tag{17}$$

由式(15)分析可得：供应商的价格策略(c_o,c_e)对零售商的订货量($q_r^*+m_r^*$)有影响。由式(16)分析可得：随着批发价$w(q)$的增加，固定订购量q_r^*将减少。当分散决策模式与集中决策模式下的最优订货量相等时，供应链重新达到协调。对集中决策模式下的供应链系统进行求解。

1) 当$q+m>q^*$时，供应链期望收益函数为

$$E(\pi_h)=\int_0^q[p_0x+v_r(q-x)+v_sm]f(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[p_0x+v_s(q+m-x)]f(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[p_0(q+m)-g(x-q-m)]f(x)\mathrm{d}x-c\times(q+m)-\lambda_1(q+m-q^*)^+。\tag{18}$$

对式(18)分别求q、m的一阶导数和二阶导数，得

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial q}=\int_0^q v_rf(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}v_sf(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g)\times f(x)\mathrm{d}x-c-\lambda_1=(v_r-v_s)F(q)-(p_0+g-v_s)F(q+m)+p_0+g-c-\lambda_1,\tag{19}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2}=(v_r-v_s)f(q)-(p_0+g-v_s)f(q+m)<0,\tag{20}$$

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial m}=\int_0^{q+m}v_sf(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g)f(x)\mathrm{d}x-c-\lambda_1=p_0+g-c-\lambda_1-(p_0+g-v_s)F(q+m),\tag{21}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}=-(p_0+g-v_s)f(q+m)<0,\tag{22}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}=\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q}=-(p_0+g-v_s)f(q+m)<0。\tag{23}$$

由式(20)、式(22)和式(23)可得海塞矩阵。

$$\boldsymbol{H}_h=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{bmatrix}。\tag{24}$$

由式(20)可知

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2}<0,\tag{25}$$

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{vmatrix}=(p_0+g-v_s)(v_s-v_r)f(q+m)f(q)>0。\tag{26}$$

根据式(25)和式(26)，可知$\boldsymbol{H}_h$负定。因此，在集中决策下整个供应链系统能达到帕累托最优，即必然存在一组最优的订货决策(q_h^*,m_h^*)。令式(19)和式(21)为0，可得

$$q_h^*+m_h^*=F^{-1}\left(\frac{p_0+g-c-\lambda_1}{p_0+g-v_s}\right)。\tag{27}$$

当集中决策和分散决策同时达到帕累托最优，即2种决策相一致($q_r^*+m_r^*=q_h^*+m_h^*$)时，供应链重新达到协调。联合式(15)和式(27)可得供应商的价格策略(c_o,c_e)满足

$$c_o=\frac{(c+\lambda_1-v_s)(p_0+g_r-c_e)}{p_0+g-v_s}-c_r。\tag{28}$$

2) 当$0\leqslant q+m\leqslant q^*$时，供应链期望收益为

$$E(\pi_h)=\int_0^q[p_0x+v_r(q-x)+v_sm]f(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[p_0x+v_s(q+m-x)]f(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[p_0(q+m)-g(x-q-m)]f(x)\mathrm{d}x-c(q+m)-\lambda_2(q^*-q-m)^+。\tag{29}$$

对式(29)分别求q、m的一阶导数和二阶导数，得

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial q}=\int_0^q v_rf(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}v_sf(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g)f(x)\mathrm{d}x-c+\lambda_2=(v_r-v_s)F(q)-(p_0+g-v_s)F(q+m)+p_0+g-c+\lambda_2,\tag{30}$$

$$\frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial q^2}=(v_r-v_s)f(q)-(p_0+g-v_s)f(q+m)<0,\tag{31}$$

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial m}=\int_0^{q+m}v_sf(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g)f(x)\mathrm{d}x-c+\lambda_2=p_0+g-c+\lambda_2-(p_0+g-v_s)F(q+m),\tag{32}$$

$$\frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial m^2}=-(p_0+g-v_s)f(q+m)<0,\tag{33}$$

$$\frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial q\partial m}=\frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial m\partial q}=-(p_0+g-v_s)f(q+m)<0。\tag{34}$$

根据式(31)、式(33)和式(34)可得海塞矩阵

$$\boldsymbol{H}_h=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{bmatrix}。\tag{35}$$

根据式(31)可知

$$\frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial q^2}<0,\tag{36}$$

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{vmatrix}=(p_0+g-v_s)(v_s-v_r)f(q+m)f(q)>0。\tag{37}$$

根据式(36)和式(37)，可知$\boldsymbol{H}_h$负定。故在集中决策下零售商存在唯一的最优订货决策(q_h^*,m_h^*)。当$q_h^*+m_h^*=q_r^*+m_r^*$时，供应链重新达到协调，供应商的价格策略(c_o,c_e)满足

$$c_o=\frac{(c-\lambda_2-v_s)(p_0+g_r-c_e)}{p_0+g-v_s}-c_r。\tag{38}$$

4　价格随机下的看涨期权折扣契约模型

当突发事件给正常运行的供应链系统带来巨大的冲击时，商品的供需关系发生巨大波动。商品价格由原先的p_0变为p，并且满足$\mathrm{d}p=[p_0+a(x-q)]\mathrm{d}x$，其中，$a$为市场规模数[14-20]。此时，单一的数量折扣契约已不能高效地协调供应链。因此，将数量折扣契约和看涨期权相融合，形成一种新的契约，来协调此种情况下的供应链系统。由此可得期权折扣契约模型。

零售商的期望收益函数为

$$E(\pi_r)=\int_0^q[(p_0+a(x-q-m))x+v_r(q-x)-c_r(q+m)]h(x)\times\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[(p_0+a(x-q-m))x-c_r(q+m)-c_e(x-q)]h(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[(p_0+a(x-q-m))(q+m)-g_r(x-q-m)-c_r(q+m)-c_em]h(x)\mathrm{d}x-c_om-w(q)q,\tag{39}$$

供应商的期望收益函数为

$$E(\pi_s)=\int_0^q[v_sm-c_s(q+m)]f(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[c_e(x-q)+v_s\times(q+m-x)-c_s(q+m)]f(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[c_em-g_s(x-q-m)-c_s(q+m)]f(x)\mathrm{d}x+c_om+w(q)q-\lambda_1(q+m-q^*)^+-\lambda_2(q^*-q-m)^+。\tag{40}$$

整个供应链系统的期望收益函数为

$$E(\pi_h)=E(\pi_r)+E(\pi_s)=\int_0^q[(p_0+a(x-q-m))x+v_r(q-x)+v_sm]h(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[(p_0+a(x-q-m))x+v_s(q+m-x)]\times h(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[(p_0+a(x-q-m))(q+m)-g(x-q-m)]\times h(x)\mathrm{d}x-c(q+m)-\lambda_1(q+m-q^*)^+-\lambda_2(q^*-q-m)^+。\tag{41}$$

对式(39)求关于q、m的一阶导数和二阶导数，得

$$\frac{\partial E(\pi_r)}{\partial q}=\int_0^q(v_r-ax)h(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}(c_e-ax)h(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g_r+ax-2aq-2am)h(x)\mathrm{d}x-c_r-w(q)-\frac{\partial w(q)}{\partial q}q,\tag{42}$$

$$\frac{\partial^2E(\pi_r)}{\partial q^2}=-(c_e-v_r)h(q)-(p_0+g_r-c_e)h(q+m)-2a[1-H(q+m)]-2\frac{\partial w(q)}{\partial q}-\frac{\partial^2w(q)}{\partial q^2}q<0,\tag{43}$$

$$\frac{\partial E(\pi_r)}{\partial m}=\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g_r-c_e+ax-2aq-2am)h(x)\mathrm{d}x-\int_0^{q+m}axh(x)\mathrm{d}x-c_o-c_r-\frac{\partial w(q)}{\partial m}q,\tag{44}$$

$$\frac{\partial^2E(\pi_r)}{\partial m^2}=-(p_0+g_r-c_e)h(q+m)-\int_{q+m}^{\infty}2ah(x)\mathrm{d}x-\frac{\partial^2w(q)}{\partial m^2}q<0,\tag{45}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q \partial m}=\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m \partial q}=-(p_0+g_r-c_e)h(q+m)-\int_{q+m}^{\infty}2ah(x)\mathrm{d}x-\frac{\partial^2 w(q)}{\partial q\partial m}q-\frac{\partial w(q)}{\partial m}。\quad(46)$$

根据式(43)、式(45)、式(46)可得海赛矩阵

$$\boldsymbol{H}_r=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m^2}\end{bmatrix}。\quad(47)$$

由式(43)可知

$$\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q^2}<0。\quad(48)$$

由于$\frac{\partial w(q)}{\partial q}$、$\frac{\partial^2 w(q)}{\partial q^2}$、$\frac{\partial w(q)}{\partial m}$、$\frac{\partial^2 w(q)}{\partial m^2}$、$\frac{\partial^2 w(q)}{\partial q\partial m}$的数值极小，在式(49)中的影响可以忽略不计，所以在计算式(49)时将其省略。

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_r)}{\partial m^2}\end{vmatrix}=(p_0+g_r-c_e)(c_e-v_r)h(q+m)h(q)+2a[1-H(q+m)](c_e-v_r)h(q)>0。\quad(49)$$

由式(48)和式(49)可知$\boldsymbol{H}_r$负定。即零售商存在最优订货策略(q_r^*，m_r^*)。此时批发价$w(q)$在满足一定条件的基础上整个供应链系统才能达到协调。即，对于任意的$\eta(0<\eta<1)$，$w(q)=(c(q))/q+\eta c-c_r+[(1-\eta)p_0S(q+m)+(\eta c-c_o-c_r)m+\eta B(q)-\mu(\eta g-g_r)]/q$。

其中，$B(q)=\lambda_1(q+m-q^*)^+-\lambda_2(q^*-q-m)^+$。

$$C(q)=(1-\eta)\left[\int_0^q v_r(q-x)h(x)\mathrm{d}x+\int_0^{q+m}a(x-q-m)\times xh(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[a(x-q-m)(q+m)-g_r(x-q-m)]\times h(x)\mathrm{d}x\right]-\int_0^{q+m}\eta v_s m h(x)\mathrm{d}x-\int_q^{q+m}[c_e(x-q)+\eta v_s(q-x)]\times h(x)\mathrm{d}x-\int_{q+m}^{\infty}[c_e m-g_s(x-q-m)]h(x)\mathrm{d}x。$$

对整个供应链系统在集中决策下的最优订货决策(q_h^*,m_h^*)展开研究，有

1) 当$q+m>q^*$时，供应链期望收益为

$$E(\pi_h)=\int_0^q[(p_0+a(x-q-m))x+v_r(q-x)+v_s m]h(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[(p_0+a(x-q-m))x+v_s(q+m-x)]h(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[(p_0+a(x-q-m))(q+m)-g(x-q-m)]h(x)\mathrm{d}x-c(q+m)-\lambda_1(q+m-q^*)^+。\quad(50)$$

对式(50)分别求q、m的一阶导数和二阶导数，得

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial q}=\int_0^q(v_r-ax)h(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}(v_s-ax)h(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g+ax-2aq-2am)h(x)\mathrm{d}x-c-\lambda_1,\quad(51)$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2}=(v_r-v_s)h(q)-(p_0+g-v_s)h(q+m)-2a[1-H(q+m)]<0,\quad(52)$$

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial m}=\int_0^{q+m}(v_s-ax)h(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g+ax-2aq-2am)h(x)\mathrm{d}x-c-\lambda_1,\quad(53)$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}=-(p_0+g-v_s)h(q+m)-\int_{q+m}^{\infty}2ah(x)\mathrm{d}x<0,\quad(54)$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}=\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q}=-(p_0+g-v_s)h(q+m)-\int_{q+m}^{\infty}2ah(x)\mathrm{d}x。\quad(55)$$

由式(52)、式(54)和式(55)可得海塞矩阵

$$\boldsymbol{H}_h=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{bmatrix}。\quad(56)$$

由式(52)可知

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2}<0,\quad(57)$$

$$\begin{vmatrix}\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{vmatrix}=(p_0+g-v_s)(v_s-v_r)h(q+m)h(q)+2a[1-H(q+m)](v_s-v_r)h(q)>0。\quad(58)$$

根据式(57)和式(58)，可知$\boldsymbol{H}_h$负定。故整个供应链系统存在最优订货决策(q_h^*,m_h^*)。令式(42)、式(44)、式(51)和式(53)为0，并将其联立可得超越方程组，通过对相关参数赋值进行求解。

2) 当$0\leqslant q+m\leqslant q^*$时，供应链期望收益为

$$E(\pi_h)=\int_0^q[(p_0+a(x-q-m))x+v_r(q-x)+v_s m]h(x)\mathrm{d}x+\int_q^{q+m}[(p_0+a(x-q-m))x+v_s(q+m-x)]h(x)\mathrm{d}x+\int_{q+m}^{\infty}[(p_0+a(x-q-m))(q+m)-g(x-q-m)]h(x)\mathrm{d}x-c(q+m)-\lambda_2(q^*-q-m)^+。\quad(59)$$

对式(59)分别求q、m的一阶导数和二阶导数，得

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial q}=\int_0^q(v_r-ax)h(x)dx+\int_q^{q+m}(v_s-ax)h(x)dx+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g+ax-2aq-2am)h(x)dx-c+\lambda_2, \tag{60}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2}=(v_r-v_s)h(q)-(p_0+g-v_s)h(q+m)-2a[1-H(q+m)]<0, \tag{61}$$

$$\frac{\partial E(\pi_h)}{\partial m}=\int_0^{q+m}(v_s-ax)h(x)dx+\int_{q+m}^{\infty}(p_0+g+ax-2aq-2am)h(x)dx-c+\lambda_2, \tag{62}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}=-(p_0+g-v_s)h(q+m)-\int_{q+m}^{\infty}2ah(x)dx<0, \tag{63}$$

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}=\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q}=-(p_0+g-v_s)h(q+m)-\int_{q+m}^{\infty}2a\times h(x)dx。 \tag{64}$$

由式(61)、式(63)和式(64)可得海塞矩阵

$$\boldsymbol{H}_h=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2} & \dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{bmatrix}。 \tag{65}$$

由式(61)可知

$$\frac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2}<0, \tag{66}$$

$$\begin{vmatrix}\dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q^2} & \dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial q\partial m}\\ \dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m\partial q} & \dfrac{\partial^2 E(\pi_h)}{\partial m^2}\end{vmatrix}=(p_0+g-v_s)(v_s-v_r)h(q+m)\times h(q)+2a[1-H(q+m)](v_s-v_r)h(q)>0。 \tag{67}$$

根据式(66)和式(67)，可知$\boldsymbol{H}_h$负定。故零售商存在最优订货量。令式(42)、式(44)、式(60)、和式(62)为0，并将其联立可得超越方程组，通过对相关参数赋值进行求解。

5　算例分析

假设生产某产品的各项参数如下：$p_0=300$元，$c_r=50$元，$c_s=100$元，$g_r=10$元，$g_s=10$元，$\lambda_1=10$元，$\lambda_2=20$元，$a=0.005$，$v_r=30$元，$v_s=30$元，另设$c_o=10$元，$c_e=175$元。根据供销双方的易价能力，假定供应链的利润分配系数$\eta=0.5$，不同情况下的市场需求分布不同，具体如下。

1) 价格稳定状态下，市场需求服从$X\sim N(10\,000,300^2)$的正态分布；

2) 价格随机变化且$q+m>q^*$时，市场需求服从$X\sim N(20\,000,300^2)$的正态分布；

3) 价格随机变化且$q+m\leqslant q^*$，市场需求服从$X\sim N(6\,000,300^2)$的正态分布。

将上述参数及市场需求服从的分布代入超越方程组，用Mathematica软件进行算例仿真，结果如表2所示。

1) 当市场遭遇突发事件，造成市场需求扩大、价格随机波动，采用数量折扣契约和看涨期权折扣契约均能实现供应链协调。采用数量折扣契约时，零售商收益、供应商收益、供应链收益由基准情况下的733 053、733 053、1 466 106上升为1 435 760、1 435 760、2 871 520，均同比增加95.86%；采用看涨期权折扣契约时，零售商收益、供应商收益、供应链收益由基准情况下的733 053、733 053、1 466 106上升为1 503 660、1 523 730、3 027 390，对应的收益同比增加105.12%、 107.86%、 106.49%。

2) 突发事件造成市场需求缩小、价格随机波动，采用数量折扣契约协调供应链时，零售商收益、供应商收益 、供应链收益由基准情况下的733 053、733 053、1 466 106下降为392 396、392 396、

表 2　不同情况下供应链协调时的各参数及利润比较

Table 2　Comparison of parameters and profits in supply chain coordination under different conditions

契约		批发价/(元·件⁻¹)	最优订货量/件		零售商利润/元	供应商利润/元	供应链利润/元
			固定订购量	期权购买量			
无突发事件(基准情况)		172.9	10 065	—	733 053	733 053	1 466 106
数量折扣契约	$q>q^*$	177.5	19 827	—	1 435 760	1 435 760	2 871 520
	$q\leqslant q^*$	178.2	6 057	—	392 396	392 396	784 792
看涨期权折扣契约	$q+m>q^*$	187.8	15 187	3 372	1 503 660	1 523 730	3 027 390
	$q+m\leqslant q^*$	202.9	2 614	1 985	300 162	314 637	614 799

784 792，均同比下降46.47%。采用看涨期权折扣契约协调供应链时，零售商收益、供应商收益 、供应链收益由基准情况下的733 053、733 053、1 466 106下降为300 162、314 637、614 799，对应的收益同比下降59.05%、57.08%、58.07%。

3) 在价格随机波动的前提下，市场需求扩大时，采用看涨期权折扣契约相较于单一的数量折扣契约而言，固定订货量从19 827下降为15 187，批发价却从177.5上升到187.8，同时买进数量为3 372的期权；市场需求缩小时，相对应的固定订货量由6 057下降至2 614，批发价从178.2上升至202.9，买进数量为1 985的期权。

6 结论

1) 当突发事件造成市场价格随机波动以及商品的市场需求发生变化时，无论采用单一的数量折扣契约还是采用融合后的看涨期权折扣契约都能协调供应链，但是在协调的效果方面存在一定的差异。当商品的市场需求扩大时，2种契约机制均能有效地提高整个供应链系统及其节点上企业的利润，看涨期权折扣契约具有更好的协调效果，其利润比数量折扣契约单独协调时大约高出10%。此时，作为管理者可以通过看涨期权折扣契约在获取更大利润的同时降低自身的风险，实现双赢。在市场需求缩小时，2种契约机制虽然还能协调供应链，但是均不能扭转整个供应链系统以及供应链参与者利润大幅下降的局面。采用看涨期权折扣契约时的下降幅度更大，比数量折扣契约单独协调时高出约13%。因此，作为管理者可以通过提高产品质量、增加对市场的预测精度以及转换营销策略等方式来扭转这种局面。

2) 看涨期权折扣契约增加了整个供应链系统抵抗外来因素冲击的韧性。供应链上的决策者可以通过对市场需求信息的预测决定是否执行期权的方式为自身争取最大的利益；零售商通过购买期权的方式将市场风险转移到供应商，而供应商则通过数量折扣契约来避免自身风险过大。2种契约融合使用，不仅提高了整个供应链系统以及供应链成员的利润，还实现了供应链成员之间的风险担当。

本文在供应链参与者均风险中性、信息对称的前提假设下，以看涨期权折扣契约为工具展开对突发事件下供应链协调的研究。在此基础上，可进一步拓展研究的前提假设，研究供应链参与者风险厌恶、供应商生产成本信息不对称以及零售商销售成本信息不对称情况下的供应链协调问题。

参考文献：

[1] 许涛, 赵正佳, 聂倩雯. 回购契约下供需双方利润激励问题研究[J]. 科技进步与对策, 2008, 25(6): 48-51.
XU Tao, ZHAO Zhengjia, NIE Qianwen. Study on profit incentive of supplier and demander under buy-back contract[J]. Science & Technology Progress and Policy, 2008, 25(6): 48-51.

[2] 陈志明, 陈志祥. 多供应商的OEM供应链在供应与需求随机条件下的协调决策[J]. 管理学报, 2013, 10(12): 1839-1846.
CHEN Zhiming, CHEN Zhixiang. Coordination in an OEM supply chain with random supply and demand[J]. Chinese Journal of Management, 2013, 10(12): 1839-1846.

[3] 宁钟, 戴俊俊. 期权在供应链风险管理中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 25(7): 49-54.
NING Zhong, DAI Junjun. The application of options in supply chain risk management[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2005, 25(7): 49-54.

[4] 陈静, 李佩, 张永芬. 制造商产品质量风险管理的期权策略优化研究[J]. 管理评论, 2017, 29(8): 77-90.
CHEN Jing, LI Pei, ZHANG Yongfen. Optimal option strategy for manufacturers to manage their product quality risks[J]. Management Review, 2017, 29(8): 77-90.

[5] ZHANG R, LIU B. Group buying decisions of competing retailers with emergency procurement[J]. Annals of Operations Research, 2017, 257(1-2): 317-333.

[6] 刘卫华, 于辉. 滞销品随机需求下的捆绑型供应链协调[J]. 计算机集成制造系统, 2017, 23(10): 2251-2259.
LIU Weihua, YU Hui. Supply chain coordination under bundling policy based on stochastic demand of unsalable product[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2017, 23(10): 2251-2259.

[7] ZHANG Q, DONG M, LUO J, et al. Supply chain coordination with trade credit and quantity discount incorporating default risk[J]. International Journal of Production Economics, 2014, 153: 352-360.

[8] MATEEN A, CHATTERJEE A K, MITRA S. VMI for single-vendor multi-retailer supply chains under stochastic demand[J]. Computers & Industrial Engineering, 2015, 79: 95-102.

[9] ALI S M, RAHMAN M H, TUMPA T J, et al. Examining price and service competition among retailers in a supply chain under potential demand disruption[J]. Journal of Retailing and Consumer Services, 2018, 40: 40-47.

[10] 罗伟伟, 刘伟, 邵东国. 不确定环境下具有损失厌恶偏好零售商的供应链协调[J]. 计算机集成制造系统, 2016, 22(12): 2867-2874.
LUO Weiwei, LIU Wei, SHAO Dongguo. Supply chain coordination with loss-averse retailer under yield and demand uncertainties[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems,

2016, 22(12): 2867-2874.

[11] YAN X, DU S, HU L. Supply chain performance for a risk inequity averse newsvendor[J]. Annals of Operations Research, 2018, 5(9): 1-25.

[12] 吴忠和, 陈宏, 赵千. 需求和生产成本同时扰动下供应链期权契约应对突发事件[J]. 中国管理科学, 2013, 21(4): 98-104.
WU Zhonghe, CHEN Hong, ZHAO Qian. Supply chain coordination under market demand and production costs disruptions by adjusting option contract[J]. Chinese Journal of Management Science, 2013, 21(4): 98-104.

[13] XU H. Managing production and procurement through option contracts in supply chains with random yield[J]. International Journal of Production Economics, 2010, 126(2): 306-313.

[14] 刘浪, 石岩. 回购契约下供应链协调应对非常规突发事件[J]. 北京理工大学学报(社会科学版), 2014, 16(5): 108-113.
LIU Lang, SHI Yan. Supply chain coordination response to unconventional emergencies under buy back contract[J]. Journal of Beijing Institute of Technology (Social Science Edition), 2014, 16(5): 108-113.

[15] 刘浪, 刘崇光, 吴双胜, 等. 价格随机条件下供应商风险厌恶的应急回购契约[J]. 机械工程学报, 2018, 54(12): 207-215.
LIU Lang, LIU Chongguang, WU Shuangsheng, et al. Emergency buy-back contract under risk aversion of a supplier considering stochastic price[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(12): 207-215.

[16] 刘浪, 石岩. 回购契约应对非常规突发事件的三级供应链协调[J]. 系统管理学报, 2015, 24(2): 148-155.
LIU Lang, SHI Yan. Coordination of three-stage supply chain with unconventional disruptions through buy-back contract[J]. Journal of Systems & Management, 2015, 24(2): 148-155.

[17] 刘浪, 吴双胜, 史文强. 信息不对称下价格随机的应急数量折扣契约研究[J]. 中国管理科学, 2018, 26(3): 169-176.
LIU Lang, WU Shuangsheng, SHI Wenqiang. Research on emergency quantity discount contract with stochastic price under asymmetric information[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(3): 169-176.

[18] 刘浪, 陈文涛, 巩玲君. 随机价格条件下应急数量折扣契约[J]. 系统工程, 2016, 34(10): 116-121.
LIU Lang, CHEN Wentao, GONG Lingjun. Emergency quantity discount contract under the condition of random price[J]. Systems Engineering, 2016, 34(10): 116-121.

[19] 刘浪, 巩玲君, 史文强. 价格随机的应急数量折扣契约三级供应链协调[J]. 计算机集成制造系统, 2016, 22(6): 1599-1607.
LIU Lang, GONG Lingjun, SHI Wenqiang. Three-stage supply chain coordination of emergency quantity discount contract[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2016, 22(6): 1599-1607.

[20] 刘浪, 史文强, 冯良清. 多因素扰动情景下应急数量弹性契约的供应链协调[J]. 中国管理科学, 2016, 24(7): 163-176.
LIU Lang, SHI Wenqiang, FENG Liangqing. Supply chain coordination with quantity flexibility contract under the scene of multi-factor disturbance[J]. Chinese Journal of Management Science, 2016, 24(7): 163-176.

[21] ZHAO X, WANG S Y, CHENG T, et al. Coordination of supply chains by option contracts: a cooperative game theory approach[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 207(8): 668-675.

[22] 舒彤, 杨芳, 陈收, 等. 基于期权与回购合同的供应链中断协调研究[J]. 科技管理研究, 2015, 35(7): 168-173.
SHU Tong, YANG Fang, CHEN Shou, et al. Research on option and buyback contracts in coordination supply chain disruption[J]. Science and Technology Management Research, 2015, 35(7): 168-173.

[23] LIANG L, WANG X, GAO J. An option contract pricing model of relief material supply chain[J]. Omega, 2012, 40(5): 594-600.

[24] ZHAO Y X, MA L J, XIE G T, et al. Coordination of supply chains with bidirectional option contracts[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 229(6): 375-381.

(责任编辑: 张广珍)