

中小城市直达公交网络优化

曹振宇^{1,2}, 蒋阳升^{1,2}, 罗孝羚^{1,2}, 杨洁^{1,2}, 张姚^{1,2}

(西南交通大学 1. 交通运输与物流学院; 2. 综合交通大数据应用技术国家工程实验室, 四川 成都 610031)

摘要: 为了在非直达需求均能满足最少换乘的基础上进一步提高公交网络的直达率, 建立了以直达率最大化和直达总时间最小化为目标的直达公交网络优化模型。与现有的研究相比, 增加了换乘次数最小化约束, 并采用具有遗传迭代机制的元启发式算法求解模型。利用Floyd算法求解初始网络最短路径, 经线路删减、合并等操作后作为初始公交网络, 使得模型具有高质量的初始解; 通过space P法建模计算网络总换乘次数, 在原有发车频率、最大车辆配备数、线路长度等约束下增加换乘次数最小化约束, 采用频率共享规则进行客流分配, 并与现有研究结果进行对比。结果表明, 对于4条线路的Mandl's Swiss网络, 在不考虑发车频率优化时, 直达率较现有研究的试验1、2、3分别提高9.7%、8.41%和0.39%。

关键词: 公交网络优化; 直达公交网络; 元启发式算法; 最少换乘约束; 初始公交网络

中图分类号: U491

文献标志码: A

文章编号: 1007-7375(2020)06-0117-07

A Direct Optimization in Urban Transit Network for Small and Medium-sized Cities

CAO Zhenyu^{1,2}, JIANG Yangsheng^{1,2}, LUO Xiaoling^{1,2}, YANG Jie^{1,2}, ZHANG Yao^{1,2}

(1. School of Transportation and Logistics; 2. National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: To improve the direct rate of transit network on the basis of transfer demand satisfied with the least transfer, a direct transit network optimization model with the goal of maximizing the direct rate and minimizing the total direct time was designed. Minimizing transfer times was discussed as constraint in the model compared with the existing research, and meta-heuristics algorithm that utilizes main operators similar to GA was applied for solutions. Floyd algorithm was used to find the shortest path of the initial transit network as initial transit network by decreasing routes or combining routes, so that the model obtained initial solution of high quality. Total transfer times of transit network was calculated by space P method, and minimizing transfer times was taken into account under the existing constraint conditions that contains frequencies, fleet size available, length of transit routes, and so forth, and then the demand was distributed to routes using frequency share rule. Comparing with the existing research results, the results show that the direct rate increases by 9.7%, 8.41% and 0.39% in the Mandall's Swiss network of four routes, compared with the experiment 1, 2 and 3 of the existing research without considering the optimization of frequencies.

Key words: transit network optimization; direct transit network; meta-heuristics algorithm; minimizing transfer times constraint; initial transit network

由于人口增长和城市化进程的加快, 交通拥堵问题日益严重, 优先发展城市公共交通已经成为当前城市综合交通规划与建设的共识。作为城市公交网络规划的重要环节, 公交网络优化设计是目前交通规划从业人员的重点研究领域。

自20世纪70年代开始, 国外的学者开始对公交网络优化进行系统的研究, 而后随着“公交优先”概念的提出, 公交网络优化设计逐渐成为研究热点。目前, 国内外相关的研究大多以公交网络出行总时间以及公交运营成本作为优化目标, 以线路长度、

收稿日期: 2019-08-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51578465); 重庆市交通运输工程重点实验室开放基金资助项目(2018TE04)

作者简介: 曹振宇(1995-), 男, 湖北省人, 硕士研究生, 主要研究方向为综合交通规划、智能交通。

容量、发车频率、换乘次数、车队规模、乘客分配等为约束条件,求解最优网络。

Wan等^[1]以公交运营成本为优化目标,以发车频率、车辆最大载客量为约束,通过混合整数规划初始化线网后,采用CPLEX方法优化求解,并在一个包含10站点、19条路段的线网中进行验证。Chen等^[2]基于空间公平和需求不确定性建立了期望值模型和机会约束模型,以出行总时间最小化为目标,以运营成本为约束,采用基于仿真的遗传算法优化求解,并在苏福尔斯网络上进行实例验证。Fan等^[3]以出行成本、运营成本以及未满足出行需求的成本为优化目标,以线路数量、车头时距、载客量为约束建立优化模型,并采用遗传算法进行求解,在包含93个站点、284条路段的线网中进行算例试验。国外的研究起步较早,并在优化公交总出行时间方面取得了较多成果,形成了以总行程时间最短、总运营成本最低、换乘次数最少为优化目标的研究基础。在此基础上,国内的学者相继提出公交网络设计理论及优化方法,最早王伟^[4]以总换乘次数最少、总行程时间最短为优化目标,提出了“逐条布设,优化成网”的优化方法,该方法在大中型城市公交线网优化中应用效果良好。周康等^[5]以换乘次数最少为目标,用space P方法进行建模分析,通过广度优先算法搜索换乘最少的公交路径,以出行时间最短为目标对同一OD的所有公交线路进行优化,该方法考虑了乘客的出行行为,换乘优化更符合实际情况。罗孝羚等^[6]构建了公交线网和发车频率同步优化的混合整数规划模型,以乘客出行总时间最小为优化目标,设计改进的遗传算法进行求解,实现线网和发车频率的同时优化。国内现有研究^[7-9]主要采用启发式或元启发式算法,针对公交网络结构和对应的发车频率进行优化。

总结国内外现有研究发现,在换乘次数、直达率的优化方面,大多以换乘次数最小化、零换乘(直达)比例最大化、总行程时间最小化为目标,且以总行程时间最小化为目标时优化结果较好。以Mandl路网的优化研究为例,Buba等^[10]采用差分演化,对公交线网结构和发车频率进行同步优化,优化目标包含最小化未满足的需求(换乘次数超过1次)。与已有研究的优化结果相比,除Nikolic等^[11]在4条公交线路规模时二次换乘及以上比例为6.68%外,Buba等^[10]和Hang等^[12]在二次换乘及以上的比例在4条、6条、8条、12条公交线网规模中均能优化至0。上

述模型对线网直达率的优化考虑的是换乘次数最小化,在对非直达的OD的公交线路优化中最大程度实现了一次换乘,二次换乘比例较低,因此总行程时间最小化方面均取得了较好的效果,但这类模型没有直接以直达需求量最大化为目标,在非直达OD均满足最少换乘的条件约束下对直达公交网络进行优化。

本文在已有研究基础上,以直达率最大化和直达总时间最小化为目标,通过设定最少换乘约束,在非直达OD均能满足最少换乘的基础上进一步提高直达OD比例,同时控制公交公司车辆投入和运营成本,实现公交网络的直达优化。

1 公交网络优化模型

1.1 公交网络描述

通常用 $G(V, L)$ 表示公交网络图,其中,节点集 V 表示公交站点集合,边集 L 表示路段集合,连接站点 i 和站点 j 的公交路段为 l_{ij} , $i, j \in V$, $l_{ij} \in L$ 。如图1所示的公交网络,包含9个站点、10个(无向)路段,3条公交线路。例,线路1由站点1、2、3和6以及公交路段 l_{12} 、 l_{23} 和 l_{36} 组成。

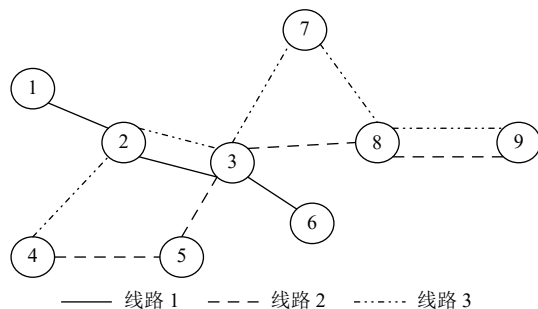


图 1 公交网络示意图

Figure 1 Schematic diagram of transit network

1.2 公交网络优化模型

以非直达需求最小化和直达总时间最小化为目标,建立直达公交网络优化模型。模型及相关说明如下。

$$\min Z = \sum_{i \in M} \sum_{j \in M} Q_{ij}(t_{ij} + w_{ij}) + \sum_{i \in M} \sum_{j \in M} Q'_{ij} \quad (1)$$

s.t.

$$w_{ij} = \frac{1}{2 \sum_n f_n}, \quad n \in S; \quad (2)$$

$$f_{\max} \geq f_n \geq \max \left(\frac{\max Q_n}{C\alpha}, f_{\min} \right), n \in S; \quad (3)$$

$$f_n \cdot 2T_n \leq v_n, n \in S; \quad (4)$$

$$L_{\max} \geq L_n \geq L_{\min}, n \in S; \quad (5)$$

$$\sum_n v_n \leq v_{\max}, n \in S; \quad (6)$$

$$S_{\max} \geq S \geq S_{\min}; \quad (7)$$

$$\sum_{i \in M} \sum_{j \in M} (D_{ij} - 1) \leq \eta, i \neq j. \quad (8)$$

模型说明: 式(1)为目标函数, 即最小化直达总时间以及非直达需求, 其中 Q 为OD站点之间的需求, 若从站点 i 到站点 j 能够直达, 用 Q_{ij} 表示, 否则用 Q'_{ij} 表示; M 为公交网络节点集合; t_{ij} 为从站点 i 到站点 j 的直达行程时间; w_{ij} 为从站点 i 到站点 j 的等待时间。式(2)为等待时间约束。一般假设乘客随机到达, 乘客在站点的等待时间取为发车间隔的一半, 发车间隔为发车频率的倒数, 线路 n 发车频率为 $f_n = \frac{v_n}{2T_n}$, 其中 v_n 为公交车辆数; T_n 为公交线路 n 单程行驶总时间。式(3)为发车频率约束。一般而言, 发车频率过大会导致公交车车头时距变小, 公交车易发生拥挤, 运营成本也会上升, 因此要对最大发车频率进行约束。其中, $f_{\max}$ 为线路最大发车频率, $f_{\min}$ 为最小发车频率; $\max Q_n$ 为线路 n 上最大客流量, 取线路 n 上所有路段中客流量的最大值; C 为公交车载客数; α 为公交车荷载系数。式(4)为线路公交车辆数约束。公交线路 n 实际运营车辆数为 $f_n \cdot 2T_n$, 实际运营车辆数不能超过该公交线路配备的车辆总数。式(5)为线路长度约束, 公交线路的长度不应超过最大允许值, 一方面公交开行时间表维护成本高, 另一方面, 公交线路的长度不应低于最小值, 因为在实际的路网环境中, 为非常接近的OD需求对提供服务是不合理的, 且成本高。其中, L_n 为线路 n 的线路长度, 一般用站点数衡量, 取值为整数; $L_{\max}$ 为最大线路长度; $L_{\min}$ 为最小线路长度。式(6)为线网公交车辆总数约束。线网中各条公交线路配备的车辆数之和不能超过公交线网拥有的车辆总数, 此项为成本控制约束。其中 $v_{\max}$ 为最大公交车辆数。式(7)为公交线网规模约束。 S 为公交网络规模, 用线路条数衡量, 取值为整数, $S_{\max}$ 为最大线路数, $S_{\min}$ 为最小线路数。式(8)为最

少换乘约束。其中, D_{ij} 为站点 i 至站点 j 之间的最短距离, 将路段行程时间费用取1后, $D_{ij}-1$ 表示换乘次数, $D_{ij}-1$ 取0表示直达, 否则为换乘次数。在公交网络设计中 η 初始值可取为OD的个数, 若无法产生可行解再向上调整, 线网优化时初始值可取为非直达OD的个数, 无法产生可行解再向上调整。

关于最少换乘约束, 以图2模拟公交网络为例说明。首先, 采用space P法进行建模, 用邻接矩阵表示建模后的无权复杂的公交网络^[13]。然后利用Floyd算法, 根据邻接矩阵计算网络每两个站点间的最短距离, 将网络路段行程时间费用全部取为1, 计算得到最短距离矩阵。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 3 & 2 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}。$$

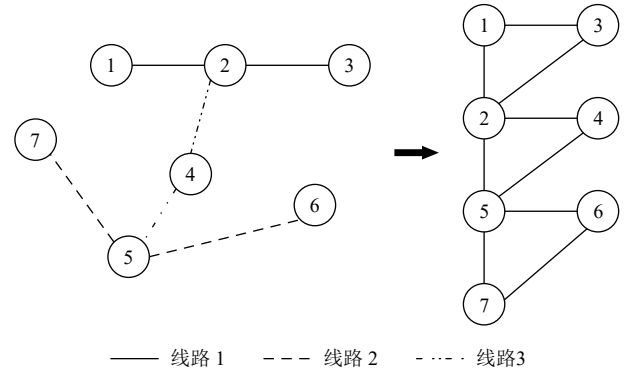


图2 space P法公交网络建模

Figure 2 Transit network designed by space P

1.3 OD分配

在基于发车频率的客流分配方法中, 假设乘客选择出行时间成本较小的线路作为出行考虑线路, 且乘客和公交车的到达都是随机的, 当一个站点有多条公交线路被乘客考虑时, 乘客的等车期望^[14]为

$$E(w_{ij}) = \frac{B}{\sum_{n \in S} f_n}. \quad (9)$$

式中, B 为常数。 $B=1$ 时, 公交车的到达时间符合泊松分布, 乘客均匀到达公交站; $B=0.5$ 时, 公交车到达时间完全由发车频率决定。若从起始站点 i 至终点站点 j 有多条被乘客考虑的公交线路经过起始站点 i , 则乘客搭乘某一条公交线路的比例为

$$P_n = \frac{f_n}{\sum_{n \in S} f_n}。$$

(10)

每对OD中起始站点的客流应在多条被考虑的公交线路中按频率共享规则进行分配。

2 模型求解

公交网络优化设计是典型的组合优化问题，一般难以取得全局最优解。现有研究多采用启发式或元启发式算法求得最接近最优解的局部最优解。本文采用一种与遗传算法具有相似迭代机制(变异、交叉和选择)的元启发式算法来求解。

对于公交网络优化设计，解的质量取决于组成初始种群的初始线网质量以及算法的最优解搜索效率，现有研究大多注重初始解的可行性，对于初始解生成优化的研究较少。为了提高最终解的质量，提出一种线网初始化方法。模型求解步骤如下。

步骤1 线网初始化。1) 利用Floyd算法求得每对OD的最短路径作为初始解集；2) 剔除被较长路径完全包含的较短路径，更新解集；3) 起终点相接的线路合并为一条，设定最大线路长度值，在限定值内进行合并操作，更新解集；4) 设定重复比例上限，超过重复比例上限的线路合并为一条，更新解集。初始化方法如图3所示。

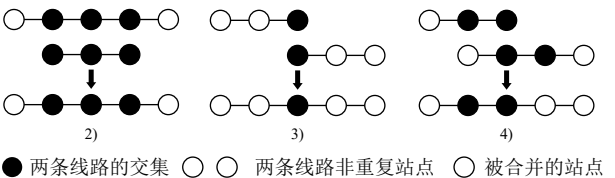


图 3 线网初始化示例
Figure 3 Initial route set generation

步骤2 输入路网数据，包含初始路网种群、初始发车频率、OD需求矩阵、路段权值矩阵、线路条数、设定种群规模等参数，同时迭代次数 $g=1$ 。

步骤3 使用基于频率的分配方法进行OD分配操作，计算关键路段最大流量，根据式(3)进行频率约束，更新发车频率。

步骤4 根据生成的路网以及发车频率等相关参数计算目标函数值。

步骤5 遗传迭代操作。1) 随机选取一条线路的2个站点，用Floyd算法重新计算以这2个站点为起终点的最短路径，并替换原线路中的路径；2) 设定

交叉概率，个体之间随机交换一条或多条公交线路。
步骤6 计算目标函数值，选择最优群体作为下一代，迭代次数 $g=g+1$ 。

步骤7 重复步骤2~6，达到迭代次数上限时停止，输出结果。

3 算例分析

本模型在Mandl's Swiss网络中进行验证。Mandl's Swiss网络是现有研究中被广泛验证的公交网络，且与试验1(文献[15-17])、试验2(文献[11])、试验3(文献[10])中的研究对象一致。文献[11]和文献[15-17]在4条线路的Mandl's Swiss网络中以总行程时间最小化为目标，通过初始化优化和发车频率优化等，在总行程时间最小化上均实现了较好的结果，且文献[11]控制了公交车辆投入，但在直达优化方面没有设置约束条件。文献[10]采用了基于遗传迭代机制的差分演化算法，该算法有较高的最优解搜寻效率，在总行程时间最小化和直达优化上均有较好的结果。Mandl's Swiss网络包含15个节点和21个无向边，共172个非零OD，总需求为15 570人，最高OD需求达880次出行人次，网络路段时间费用单位为min，网络最大允许配置公交车辆数为99辆，车辆载客数为50，荷载系数为1.25。该网络将在4条公交线路的条件下进行算例试验。Mandl's Swiss网络图以及相应的路段时间费用如图4和表1所示。

采用Matlab编程实现模型求解。试验1^[15-17]、试验2^[11]、试验3^[10]以及本文的结果如图5所示，比较指标为直达人数、直达率、平均直达行程时间和平均直达等待时间，如表2所示。

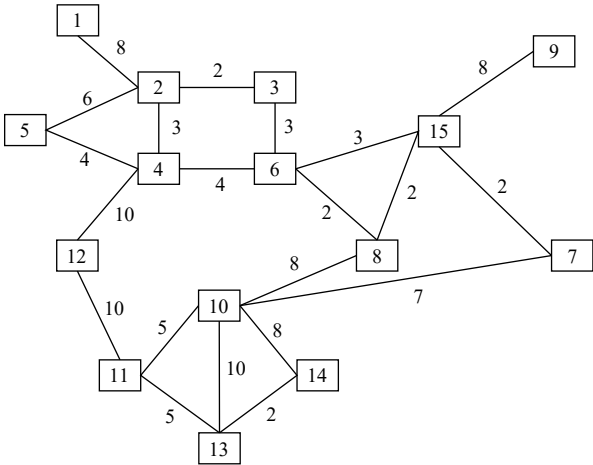


图 4 Mandl's Swiss网络图
Figure 4 Mandl's Swiss transit network

表 1 Mandl's Swiss网络OD需求

Table 1 OD demand matrix of Mandl's Swiss transit network

节点	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	400	200	60	80	150	75	75	30	160	30	25	35	0	0
2	400	0	50	120	20	180	90	90	15	130	20	10	10	5	0
3	200	50	0	40	60	180	90	90	15	45	20	10	10	5	0
4	60	120	40	0	50	100	50	50	15	240	40	25	10	5	0
5	80	20	60	50	0	50	25	25	10	120	20	15	5	0	0
6	150	180	180	100	50	0	100	100	30	880	60	15	15	10	0
7	75	90	90	50	25	100	0	50	15	440	35	10	10	5	0
8	75	90	90	50	25	100	50	0	15	440	35	10	10	5	0
9	30	15	15	15	10	30	15	15	0	140	20	5	0	0	0
10	160	130	45	240	120	880	440	440	140	0	600	250	500	200	0
11	30	20	20	40	20	60	35	35	20	600	0	75	95	15	0
12	25	10	10	25	15	15	10	10	5	250	75	0	70	0	0
13	35	10	10	10	5	15	10	10	0	500	95	70	0	45	0
14	0	5	5	5	0	10	5	5	0	200	15	0	45	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

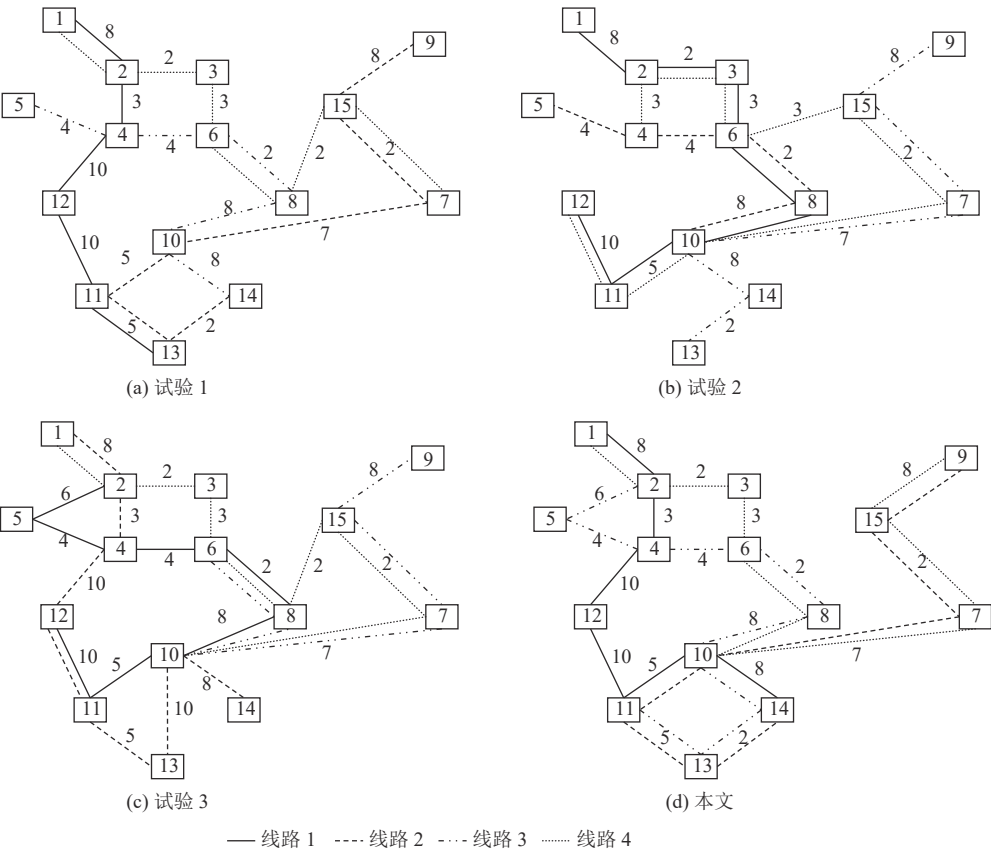


图 5 试验结果

Figure 5 Result of experiments

表 2 优化结果

Table 2 Results of transit network optimization					
试验	线路	直达人数	直达率/%	平均直达行程时间/min	平均直达等待时间/min
1	1-2-4-12-11-13-9-15-7-10-11-13-14/5-4-6-8-10-14/1-2-3-6-8-15-7	13 090	84.07	10.01	0.91
2	1-2-3-6-8-10-11-12/5-4-6-8-10/9-15-7-10-14/13/4-2-3-6-15-7-10-11-12	13 290	85.36	11.75	2.03
3	12-11-10-8-6-4-5-2/14-10-13-11-12-4-2-1/9-15-7-10-8-6/1-2-3-6-8-15-7-10	14 540	93.38	11.69	1.42
本文	1-2-4-12-11-10-14/9-15-7-10-11-13-14/2-5-4-6-8-10-14-13-11/1-2-3-6-8-10-7-15-9	14 600	93.77	12.39	1.58

从表2数据可以看出，本文直达率较试验1、试验2、试验3分别提高了9.7%、8.41%和0.39%；而平均直达行程时间仅增加2.38 min、0.64 min和0.70 min；平均直达等待时间较试验1、试验3仅增加0.67 min、0.16 min，较试验2减少0.45 min；公交线网直达率有所提高，而乘客出行时间成本增长较少，模型取得了较好的结果。但需要说明的是，本文未对发车频率进行优化，所以平均行程时间上有所增加；对于公交线路给定的网络，直达人数和直达率也是确定的，不会因为发车频率的调整而改变。

4 结论

本文建立了直达公交网络优化模型，基于space P法建模，提出最少换乘次数约束，并在求解的过程中优化了初始公交网络，使得模型有较优的初始解，提高了模型求解的效率和质量。本文提出的模型能够在一定程度上提高公交网络的直达率。

本文未对发车频率进行优化，在提高公交网络直达率的同时平均直达行程时间以及平均直达等待时间略有增加。发车频率的优化会使平均行程时间下降，从而节约乘客时间成本，在直达优化的基础上进行发车频率的优化也是本文下阶段的研究工作。

参考文献:

[1] WAN Q K, LO H K. A mixed integer formulation for multiple-route transit network design[J]. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, 2003, 2(4): 299-308.

[2] CHEN A, YANG C. Stochastic transportation network design problem with spatial equity constraint[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2004, 1882(1): 97-104.

[3] FAN W, MACHEMEHL R B. Bi-level optimization model for public transportation network redesign problem[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research

Board, 2011, 2263(1): 151-162.

[4] 王炜. 实用公交线网规划方法研究[J]. 东南大学学报(自然科学版), 1990, 20(4): 81-88.

WANG Wei. Research on bus-route network planning[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 1990, 20(4): 81-88.

[5] 周康, 何世伟, 宋瑞. 基于出行行为的公交网络多目标优化方法[J]. 公路交通科技, 2015, 32(6): 123-129.

ZHOU Kang, HE Shiwei, SONG Rui. Multi-objective optimization method of transit network based on travel behavior[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2015, 32(6): 123-129.

[6] 罗孝羚, 蒋阳升. 中小城市公交线网及发车频率同步优化[J]. 工业工程, 2017, 20(4): 25-30.

LUO Xiaoling, JIANG Yangsheng. Synchronous optimization of transit network and frequency for small and medium-sized cities[J]. Industrial Engineering Journal, 2017, 20(4): 25-30.

[7] 单连龙, 高自友. 城市公交系统连续平衡网络设计的双层规划模型及求解算法[J]. 系统工程理论与实践, 2000, 20(7): 85-93.

SHAN Lianlong, GAO Ziyou. A bilevel programming model for continuous equilibrium network design and its solution algorithm for urban transit system[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2000, 20(7): 85-93.

[8] 白子建, 赵淑芝, 田振中. 公共交通网络优化的禁忌算法设计与实现[J]. 吉林大学学报(工学版), 2006, 36(3): 340-344.

BAI Zijian, ZHAO Shuzhi, TIAN Zhenzhong. Design and implementation of tabu search algorithm for optimizing transit network[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2006, 36(3): 340-344.

[9] 王志美, 张星臣, 陈军华, 等. 基于可变客流的接运公交网络优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2015, 15(5): 128-135.

WANG Zhimei, ZHANG Xingchen, CHEN Junhua, et al. Feeder bus network design based on variable demand[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2015, 15(5): 128-135.

[10] BUBA A T, LEE L S. A differential evolution for simultaneous transit network design and frequency setting problem[J]. Expert Systems with Applications, 2018, 106: 277-289.

[11] NIKOLIC M, TEODOROVIC D. A simultaneous transit network design and frequency setting: computing with bees[J]. Expert Systems with Applications, 2014, 41(16): 7200-7209.

[12] HANG Z, XU W, RONG J. The memetic algorithm for the op-

timization of urban transit network[J]. *Expert Systems with Applications*, 2015, 42(7): 3760-3773.

- [13] YANG X, WANG B, WANG W, et al. Research on some bus transport networks with random overlapping clique structure[J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2008, 50(5): 1249-1254.
- [14] NEMHAUSER G L, RINNOOYKAN A H G, TODD M J. *Handbooks in operations research and management science*[M]. Amsterdam: Elsevier, 1989: 1-22.
- [15] 杨洁. 基于出行需求的公交网络设计[D]. 成都: 西南交通大学, 2018.
- YANG Jie. Public transit network design based on travel de-

mand[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2018.

- [16] YANG J, JIANG Y, DU Y, et al. An initial route set generation algorithm for the transit network design problem[C]. Transportation Research Board 97th Annual Meeting. Washington: Transportation Research Board, 2018.
- [17] YANG J, JIANG Y, DU Y, et al. Pareto optimal solutions for the multi-objective transit network design problem with variable route set size[C]. Transportation Research Board 97th Annual Meeting. Washington: Transportation Research Board, 2018.

(责任编辑: 郑德华)

(上接第94页)

- [14] ATTANASIO A, BREGMAN J, GHIANI G, et al. Real-time fleet management at ecourier Ltd[M]// ZEIMPEKIS V, TARANTILIS C D, GIAGLIS G M, et al. *Dynamic Fleet Management*. Boston: Springer, 2007: 219-238.
- [15] 孙宝凤, 史俊妍, 杨雪, 等. 基于实时信息的取送货动态车辆路径问题研究[J]. 宁波大学学报(理工版), 2019, 32(3): 87-94.
- SUN Baofeng, SHI Junyan, YANG Xue, et al. Solution for dynamic pickup and delivery problem based on real-time Informa-

tion[J]. *Journal of Ningbo University (Natural Science & Engineering Edition)*, 2019, 32(3): 87-94.

- [16] 贺冰倩, 李昆鹏, 成幸幸. 快递企业“最后一公里”快件收派优化方案研究[J]. 运筹与管理, 2019, 28(1): 27-34.
- HE Bingqian, LI Kunpeng, CHENG Xingxing. The research on the optimization of courier companies "last-mile" express pickup and delivery process[J]. *Operations Research and Management Science*, 2019, 28(1): 27-34.

(责任编辑: 郑德华)

(上接第100页)

- [10] NGUYEN K A, DO P, GRALL A. Joint predictive maintenance and inventory strategy for multi-component systems using Birnbaum's structural importance[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2017, 168: 249-261.
- [11] PARGAR F, KAUPPILA O, KUJALA J. Integrated scheduling of preventive maintenance and renewal projects for multi-unit systems with grouping and balancing[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2017, 110: 43-58.
- [12] YANG L, ZHAO Y, MA X. An inspection model for a multi-component system subject to 2 types of failures[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2017, 33(8): 2539-2549.
- [13] RASMEKOMEN N, PARLIKAD A K. Maintenance optimiza-

tion for asset systems with dependent performance degradation[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2013, 62(2): 362-367.

- [14] SUN Y, MA L, MATHEW J, et al. An analytical model for interactive failures[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2006, 91(5): 495-504.
- [15] 王红, 杜维鑫, 刘志龙, 等. 联合故障与经济相关性的动车组多部件系统维护[J]. 上海交通大学学报, 2016, 50(5): 660-667.
- WANG Hong, DU Weixin, LIU Zhilong, et al. Integrating failure and economic dependence for maintenance of electric multiple unit multi-component system[J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2016, 50(5): 660-667.

(责任编辑: 张广珍)