

doi: 10.3969/j.issn.1007-7375.230017

# 考虑非平稳随机过程的机场旅检通道服务资源配置优化

张惠煜, 严李洲, 陈庆新, 毛 宁

(广东工业大学 广东省计算机集成制造系统重点实验室, 广东 广州, 510006)

**摘要:** 针对机场旅客到达过程的非平稳性和随机性造成旅检通道需求不确定且具备高时变性、配置难度大这一问题, 提出一种非平稳排队模型嵌入遗传算法的方法。建立具有多个并行服务台的单阶段服务系统的非平稳排队模型, 将输入过程和服务过程拟合为一般分布, 并提出拓展的积压后移平稳 (stationary backlog-carryover, SBC) 近似, 以快速求解系统性能指标值。提出一种将拓展的 SBC 近似嵌入遗传算法的优化方法, 设计实验算例和优化算例。通过解析结果与仿真结果进行对比, 验证拓展 SBC 近似的精确性以及优化方法的有效性, 并分析非平稳性对系统性能以及优化结果的影响。将该方法应用在实际案例中, 结果表明, 优化后的配置方案比实际配置方案减少了 14.80% 的旅检通道数量, 这证明该方法是有用的。

**关键词:** 机场安检通道配置优化; 非平稳排队建模; 服务台配置; 积压后移平稳近似; 遗传算法  
**中图分类号:** V354; F406.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-7375(2024)05-0011-12

## Optimization of Service Resource Allocation for Airport Security Checkpoints Considering Non-stationary Random Processes

ZHANG Huiyu, YAN Lizhou, CHEN Qingxin, MAO Ning

(Key Laboratory of Computer Integrated Manufacturing System of Guangdong Province,  
Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** The non-stationarity and randomness of airport passenger arrivals result in uncertain and highly time-varying requirements for security checkpoints, increasing the difficulty of resource allocation. To address this issue, this paper proposes a method embedding a non-stationary queuing model into a genetic algorithm. Initially, a non-stationary queuing model for a single-stage service system with multiple parallel service desks is established, where the input and service processes are fitted to general distributions. Furthermore, an extended stationary backlog-carryover (SBC) approximation is proposed to quickly solve system performance metrics. Then, the extended SBC approximation is embedded into the genetic algorithm for optimization. Finally, experimental and optimization examples are designed. The accuracy of the extended SBC approximation and the effectiveness of the optimization method are verified by comparing the analytical results with the simulation results. The impact of non-stationarity on system performance and optimization results is also analyzed. Results of applying this method to a practical case show that the optimized allocation scheme reduces the number of security checkpoints by 14.80% compared to the actual allocation scheme, proving its effectiveness.

**Key words:** optimization of airport security checkpoint allocation; non-stationary queuing modeling; service desk allocation; stationary backlog-carryover (SBC) approximation; genetic algorithm

机场地面服务过程中通常存在不确定因素, 如旅客到达间隔的随机性、旅客到达速率的非齐次性等。随机环境下, 如何优化配置机场的有限服务资

源(机场人员、服务台数量等), 降低投资成本, 提高旅客满意度, 是机场需要解决的问题。

旅检通道的数量影响旅客的排队队长及等待时

收稿日期: 2023-02-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61973089); 广东省基础与应用基础研究基金资助项目 (2022A1515011175, 2022A1515010991); 广州市基础研究计划资助项目 (2023A04J0406)

作者简介: 张惠煜 (1989—), 男, 广东省人, 讲师, 博士, 主要研究方向为随机生产与服务系统的建模与优化。

Email: zhy-henry@163.com

间,配置不足会增加旅客排队时间,影响旅客满意度;配置过多会造成空闲,降低通道利用率。本文通过优化配置各时段旅检通道数量,完成规定标准下的旅检服务,提高旅客满意度,降低运行成本。旅检通道资源配置优化问题具有如下特点:1)旅客到达数量大,每个时段旅客到达量变化幅度大,具有较高的非平稳性;2)旅客到达过程具有随机性。旅客到达过程的非平稳性和随机性造成旅检通道需求不确定且具备高时变性,难以满足各时段变化的旅客需求。

由于目标函数以及约束条件为非线性,旅检通道资源配置优化问题是一类非线性整数规划问题。随着系统规模增大,各时段的旅检通道数量组合构成的解空间规模也会扩大,导致维数灾问题。系统性能指标是关于决策变量的非封闭函数,无法采用传统非线性规划中基于梯度的搜索算法求解。当前,He等<sup>[1]</sup>研究非平稳到达的一般模型,提出 $G(t)/M/C(t)$ 模型,结合平方根公式建立服务台配置算法,量化了非泊松到达对服务台配置的影响。姚加林等<sup>[2]</sup>提出确定旅客到达分布和服务规律后建立 $M/M/C$ 的排队系统模型,实现各时段安检设备的合理配置。刘英等<sup>[3]</sup>利用 $M/M/C$ 的平稳排队模型,通过约束旅客排队等待时间和排队等待概率对机场值机系统的服务台进行配置。李建国等<sup>[4]</sup>针对立体车库停车位排队过程,建立 $M/M/C/K$ 的平稳排队模型,结合改进的遗传算法配置系统资源,提高系统效率。

优化系统资源配置时,首要问题是如何快速、精确地计算系统的性能指标(如等待队长、等待时间等),这些指标是判断资源配置方案是否满足预期要求的依据。由于无法将系统性能指标描述为一个具体的、具有封闭表达式的函数,导致无法应用现有随机规划模型的求解方法。相比平稳排队模型,非平稳排队模型有更强的适用性。分析服务系统数据<sup>[5-6]</sup>,几乎所有服务系统的顾客到达速率在一天中都具有显著变化,到达过程分布和服务时间分布也不是接近指数分布,其对排队系统的性能指标存在重大影响,在计算系统性能指标时须考虑这些变化。当前非平稳排队模型的求解方法分为精确解法和近似法,精确解法<sup>[7-8]</sup>可以求解部分系统稳态的精确解,但仅当到达率小于服务率时才有可能达到稳态,大部分服务系统都可能暂时超载<sup>[9]</sup>,所以精确解法不适用于所有情形。在近似法中,Green等<sup>[10]</sup>应用简单平稳(simple stationary approximation,

SSA)近似,在具有周期性时间依赖性输入参数的系统,在整个时间范围内对系统输入参数取平均,获得性能参数,但不能得出性能参数的变化趋势。Green等<sup>[10]</sup>应用逐期平稳独立近似(stationary independent period by period, SIPP),将整个时间范围分为等长的更小周期,可取每个周期的系统参数值的最大值(或最小值)用于计算系统的性能参数,但近似效果较差;Newell<sup>[12]</sup>提出逐点平稳近似(point stationary approximation, PSA),用瞬时系统输入参数值计算性能参数,但由于瞬态过程偏差和忽略周期期间的联系,造成较大的性能误差。Stolletz等<sup>[9,13-15]</sup>引入积压后移平稳(stationary backlog-carryover, SBC)近似求解 $M(t)/M(t)/C(t)$ 系统、 $M(t)/G(t)/1$ 系统、 $M(t)/G/C(t)$ 系统以及 $G(t)/G/1/K$ 系统的系统性能,但引入到 $M(t)/M(t)/C(t)$ 系统中。本文研究一般分布的单阶段服务系统的非平稳队列排队建模与服务台数量配置优化方法,与前人研究相比的创新之处体现在以下方面。

1)研究对象为一般分布(指抽象化、一般化的分布,可以根据参数定义任意特定的分布类型,例如负指数分布、爱尔朗分布等)的到达间隔时间和服务时间的服务系统。

2)提出由非平稳排队理论的系统性能指标估算方法与启发式算法结合的优化方法。现有文献常把非平稳排队理论和资源配置优化问题分开考虑,只有少部分的文献将平稳排队理论结合启发式算法对资源配置优化问题进行求解,但近似误差较大从而影响求解精度。

为此,本文针对一般分布的到达间隔时间和服务时间以及具有多个并行服务台的单阶段服务系统,建立相应的非平稳排队模型,利用SBC方法求解系统性能指标值,并将其嵌入遗传算法,优化系统服务台数量配置。

## 1 问题描述

### 1.1 排队模型

拥有多个并行服务台的单阶段排队模型如图1所示。图1中, $B(\infty)$ 表示缓冲区(无限容量), $S$ 表示服务台。系统包含 $C$ 个服务台,旅客到达系统后,若有处于空闲状态的服务台,旅客则接受服务;若服务台都处于忙碌状态,旅客则在一条队伍中等待服务,系统拥有无限等候容量。到达过程服

从一般分布, 平均到达速率为  $\lambda(t)$ , 服务时间同样也服从平均服务速率为  $\mu(t)$  的一般分布。服务台的服务规则为“先到先服务”。根据 Kendall 记法, 该排队模型为  $G/G/C/\infty$  模型。

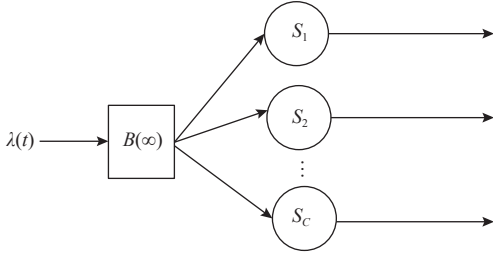


图1 单阶段服务系统的排队模型

Figure 1 Queuing model of single-stage service system

### 1.2 优化问题数学模型

优化模型如下, 决策变量为系统各时段服务台数量配置向量, 即  $x_i \equiv X$ 。

$$X_{opt} = \arg \min \left( Z = \sum_{i=1}^T x_i \right). \quad (1)$$

s.t.

$$L_{qi}(x_i) \leq L_{qmax}, \forall i; \quad (2)$$

$$W_{qi}(x_i) \leq W_{qmax}, \forall i; \quad (3)$$

$$x_i \in N^+, \forall i. \quad (4)$$

其中, 式(1)为优化目标, 即求解最优的各时段服务台配置向量  $X_{opt}$ , 从而最小化服务台总数量  $Z$ 。同时, 满足式(2)的等待队长约束, 即每个时段的等待队长都不大于  $L_{qmax}$ , 以及式(3)的等待时间约束, 即每个时段的等待时间不大于  $W_{qmax}$ 。由于  $L_{qi}(x_i)$  和  $W_{qi}(x_i)$  为非封闭的函数, 需要根据非平稳排队模型进行求解。

服务台配置优化问题的求解思路如图2所示。首先建立单阶段服务系统的  $G(t)/G(t)/C(t)$  非平稳排队模型, 并使用 SBC 近似求解出系统的等待队长和等待时间。然后将 SBC 嵌入到遗传算法中求解服务台配置优化模型, 用于判断优化过程中决策变量是否满足系统指标约束。最后获得系统各个时段服务台数量的最优配置。

## 2 系统性能指标估算方法

### 2.1 拓展的 SBC 近似

在 SBC 中<sup>[10]</sup>, 整个时间间隔被分为  $T$  个时段,

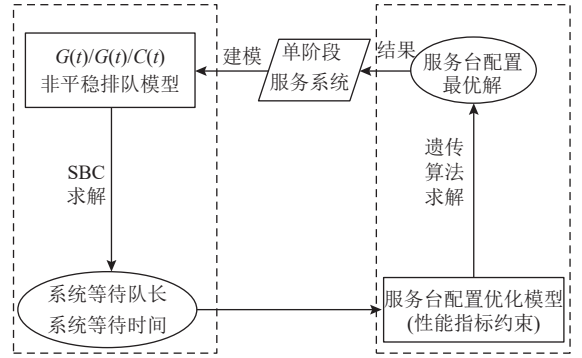


图2 服务台配置优化问题求解思路

Figure 2 Solving ideas for the service desk allocation optimization problem

原来的到达率  $\lambda(t)$  和服务率  $\mu(t)$  分别被分段常数函数  $\lambda_i$  和  $\mu_i$  替代, 由式(5)和式(6)给出。其中,  $s$  表示时间段。

$$\lambda_i = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \lambda(s) ds, \quad i = 1, 2, \dots, T; \quad (5)$$

$$\mu_i = \frac{1}{t_i - t_{i-1}} \int_{t_{i-1}}^{t_i} \mu(s) ds, \quad i = 1, 2, \dots, T. \quad (6)$$

第1阶段: 从第1个时段开始, 都以平稳的  $G/G/C$  损失制模型进行分析。为了考虑时段之间的联系, 定义了每个时段的人工积压量  $b_{i-1}$ , 表示第  $i-1$  时段因堵塞而离开  $G/G/C$  损失制系统的作业的稳态速率, 由式(7)给出。其中,  $P_{i-1}(B)$  代表第  $i-1$  时段堵塞的概率, 本文应用爱尔朗损失概率替代, 由式(8)给出。这些积压被转移到下一个时段, 从而得到下一个时段  $\tilde{\lambda}_i$  的人工到达率, 由式(9)给出。同时得到下一个时段的系统期望利用率  $E(U_i)$ , 由式(10)给出。

$$b_{i-1} = \tilde{\lambda}_{i-1} P_{i-1}(B); \quad (7)$$

$$P_i(B) = \frac{(\tilde{\lambda}_i/\mu_i)^{C_i}}{C_i! \sum_{k=0}^{C_i} (\tilde{\lambda}_i/\mu_i)^k / k!}; \quad (8)$$

$$\tilde{\lambda}_i = \lambda_i + b_{i-1}; \quad (9)$$

$$E(U_i) = \frac{\tilde{\lambda}_i(1 - P_i(B))}{C_i \mu_i} = \frac{\lambda_i + b_{i-1} - b_i}{C_i \mu_i}. \quad (10)$$

第2阶段: 第1阶段提出的损失制模型不能用于近似预期的队列长度或系统中的顾客数, 所以需要采取一个修正的到达率对  $G/G/C$  等待制系统近似相应的性能度量, 最终的修正到达率  $\lambda_i^{MAR}$  由式(11)给出, 利用修正到达率  $\lambda_i^{MAR}$  结合  $G/G/C$  等待制系统

的近似方法得到所需要的性能度量的近似值。本文采用 Ward<sup>[6]</sup>提出的  $G/G/C$  排队模型的近似方法。

$$\lambda_i^{\text{MAR}} = E(U_i)c_i\mu_i = \lambda_i + b_{i-1} - b_i. \quad (11)$$

## 2.2 Ward's 近似

Ward<sup>[6]</sup>提出  $G/G/C$  排队模型各性能度量的近似值, 预期的等待时间由式 (12)~(20) 给出; 根据利特定律得到预期的等待队长、预期的工作服务台数量以及预期的系统中顾客数量, 由式 (21) 给出。

$$\text{EW}(\rho, c_a^2, c_s^2, C) \approx \varphi(\rho, c_a^2, c_s^2, C) \left( \frac{c_a^2 + c_s^2}{2} \right) \text{EW}(M/M/C). \quad (12)$$

$$\text{EW}(M/M/C) \approx \frac{\tau(\rho^{\sqrt{2(C+1)}-1})}{C(1-\rho)}. \quad (13)$$

$$\varphi(\rho, c_a^2, c_s^2, C) = \begin{cases} \left( \frac{4(c_a^2 - c_s^2)}{4c_a^2 - 3c_s^2} \right) \varphi_1(C, \rho) + \left( \frac{c_s^2}{4c_a^2 - 3c_s^2} \right) \psi((c_a^2 + c_s^2)/2, C, \rho), & c_a^2 \geq c_s^2; \\ \left( \frac{c_s^2 - c_a^2}{2c_a^2 + 2c_s^2} \right) \varphi_3(C, \rho) + \left( \frac{c_s^2 + 3c_a^2}{2c_a^2 + 2c_s^2} \right) \psi((c_a^2 + c_s^2)/2, C, \rho), & c_a^2 \leq c_s^2. \end{cases} \quad (14)$$

$$\psi(c^2, C, \rho) = \begin{cases} 1, & c^2 \geq 1; \\ \varphi_4(C, \rho)^{2(1-c^2)}, & 0 \leq c^2 \leq 1. \end{cases} \quad (15)$$

$$\varphi_1(C, \rho) = 1 + \gamma(C, \rho). \quad (16)$$

$$\varphi_2(C, \rho) = 1 - 4\gamma(C, \rho). \quad (17)$$

$$\varphi_3(C, \rho) = \varphi_2(C, \rho) \exp\left(-\frac{2(1-\rho)}{3\rho}\right). \quad (18)$$

$$\varphi_4(C, \rho) = \min\{1, (\varphi_1(C, \rho) + \varphi_3(C, \rho))/2\}. \quad (19)$$

$$\gamma(C, \rho) = \min\left\{0.24, \frac{(1-\rho)(C-1)(\sqrt{4+5C}-2)}{16C\rho}\right\}. \quad (20)$$

$$\text{EB} = C\rho = \lambda\tau, \quad \text{EQ} = \lambda\text{EW}, \quad \text{EN} = \lambda\text{ET}. \quad (21)$$

式中,  $\rho$  为交通强度;  $c_a^2$  和  $c_s^2$  分别为输入过程分布和服务过程分布的平方变异系数;  $C$  为服务台的数量;  $\text{EW}(M/M/C)$  为  $(M/M/C)$  模型平均等待时间;  $\tau$  为服务时间的分布均值;  $\text{EB}$  为平均在忙的服务台数量;  $\text{EQ}$  为平均队列长度;  $\text{EN}$  为平均系统顾客数量;  $\text{ET}$  为平均顾客逗留时间。

## 3 服务台配置方法

在服务台配置优化模型中, 由于系统性能指标(等待队长和等待时间)是关于决策变量(各时段服务台数量)的非封闭函数, 本文将 SBC 近似嵌入到遗传算法中, 求解优化模型。

### 3.1 染色体编码

本文采用整数编码直接进行自然描述, 无解码过程, 如图 3 所示, 染色体共有  $T$  位, 代表划分的  $T$  个时段, 染色体的数字代表该时段的服务台数量。

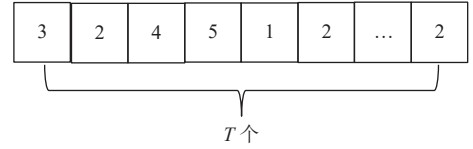


图 3 染色体编码

Figure 3 Chromosome coding

### 3.2 适应度函数

适应度函数可对种群中每个个体进行估计, 本文定义的个体适应度函数为

$$F = - \sum_{i=1}^T x_i. \quad (22)$$

式中,  $x_i$  为该个体第  $i$  位的值。

### 3.3 选择、交叉、变异

选择操作采用轮盘赌选择法, 轮盘赌依据个体适应度值比例将轮盘分为相应的种群规模数, 占据的轮盘面积与个体适应度值成正比, 适应度越大, 被选择的概率越大。

交叉操作为两个按照某种方式相互交换部分基因, 形成两个新的个体的过程, 本文采用单点交叉, 指在个体编码串中只随机设置一个交叉点, 将染色体分成两部分, 子代染色体的左右两侧分别来自于父母染色体。

变异操作是交叉操作过后形成的新个体, 有一定的概率会发生基因变异的过程, 本文采用单点变异, 指在确认要进行变异操作后, 随机设置一个变异点, 生成指定范围内的随机数来替换该变异点上的值。

## 4 算例分析

### 4.1 实验算例

本节设计了 3 组实验算例, 分别研究到达率、

服务率和变异系数的非平稳性对系统性能的影响, 同时与仿真实验对比验证 SBC 近似方法的有效性。采用 Matlab 软件编写解析算法程序, 并在 Siemens Tecnomatix Plant Simulation (eM-Plant) 软件上建立离散事件仿真模型。

4.1.1 到达率的非平稳性对系统性能的影响

考虑 100 个时间单位, 系统中共有 3 个服务台, 每个服务台的平均服务时间均为 1, 到达率的类型如表 1 所示。

分别考虑到达过程和服务过程的分布。二阶爱尔朗分布、负指数分布、二阶超指数分布, 对应的平方变异系数 (squared coefficient of variation, SCV) 分别为  $SCV=0.5$ ,  $SCV=1$  和  $SCV=1.5$ 。具体的实验参数如表 1 所示。

不同到达率类型的性能指标变化趋势如图 4 所示, 可以看出 SBC 近似得出的等待时间和等待队长与仿真结果对比的偏差都较小, 且具有相似的变化趋势。对比不同到达率类型的性能指标的变化趋势可以看出, 当到达率处于平稳时, 即第 1 种到达类型, 排队时间和排队队长都会增加到一个值后保持恒定, 说明此时系统处于稳态。当到达率处于非平稳时, 系统性能的变化趋势将会随着到达率的类型特点而改变。例如当到达率持续增加时, 即第 2 种和第 3 种到达类型, 排队时间和排队队长也会随之增大; 当到达率持续减少时, 即第 4 种和第 5 种到达类型, 排队时间和排队队长首先会增大到一个峰值, 然后再持续降低; 当到达率先增后减和先减后增时, 即第 6 种和第 7 种到达类型, 到达率

表 1 到达率非平稳实验算例参数<sup>1)</sup>

Table 1 Parameters of non-stationary experimental examples for arrival rates

到达率类型	到达过程 SCV ( $c_a^2$ )	服务过程 SC ( $c_s^2$ )
(1) $\lambda(t) = 1.5$	0.5	0.5
		1
		1.5
	1	0.5
		1
		1.5
		0.5
1.5	1	
	1.5	
	0.5	
(2) $\lambda(t) = \frac{3}{10\,000}t^2$	.....	.....
(3) $\lambda(t) = -\frac{3}{10\,000}t^2 + \frac{3}{50}t$	.....	.....
(4) $\lambda(t) = -\frac{3}{10\,000}t^2 + 3$	.....	.....
(5) $\lambda(t) = \frac{3}{10\,000}t^2 - \frac{3}{50}t + 3$	.....	.....
(6) $\lambda(t) = -\frac{3}{2\,500}t^2 + \frac{3}{25}t$	.....	.....
(7) $\lambda(t) = \frac{3}{2\,500}t^2 - \frac{3}{25}t + 3$	.....	.....

1) ..... 代表实验中  $c_a^2$  和  $c_s^2$  参数设定与类型 (1) 一致。

增加的时间段与第 2、第 3 种到达类型的系统性能变化趋势相似, 到达率减少的时间段与第 3、第 4 种到达类型的系统性能变化趋势相似。

平方变异系数对系统性能变化趋势的影响如图 5

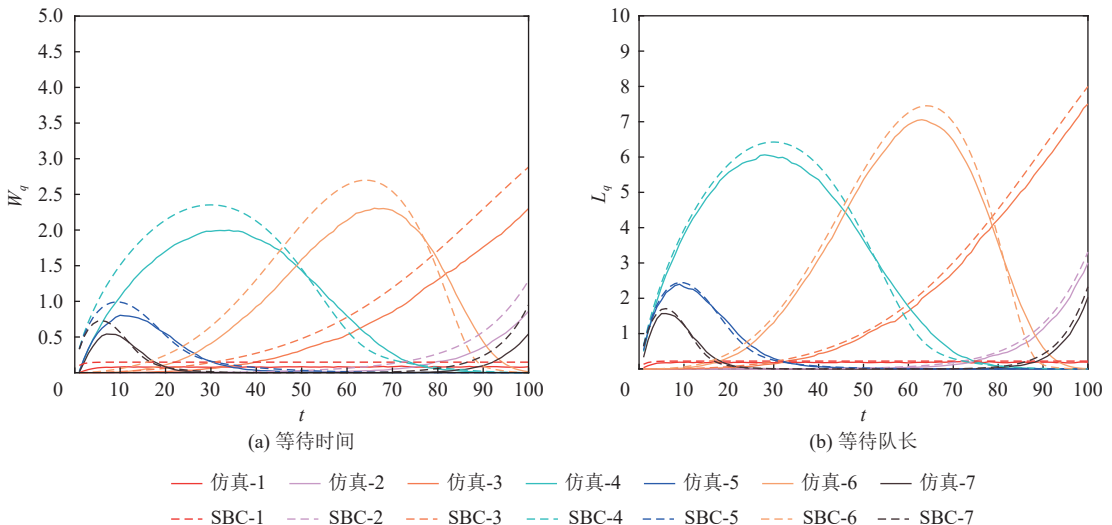


图 4 不同到达率类型系统性能对比

Figure 4 System performance comparison with different arrival rate types

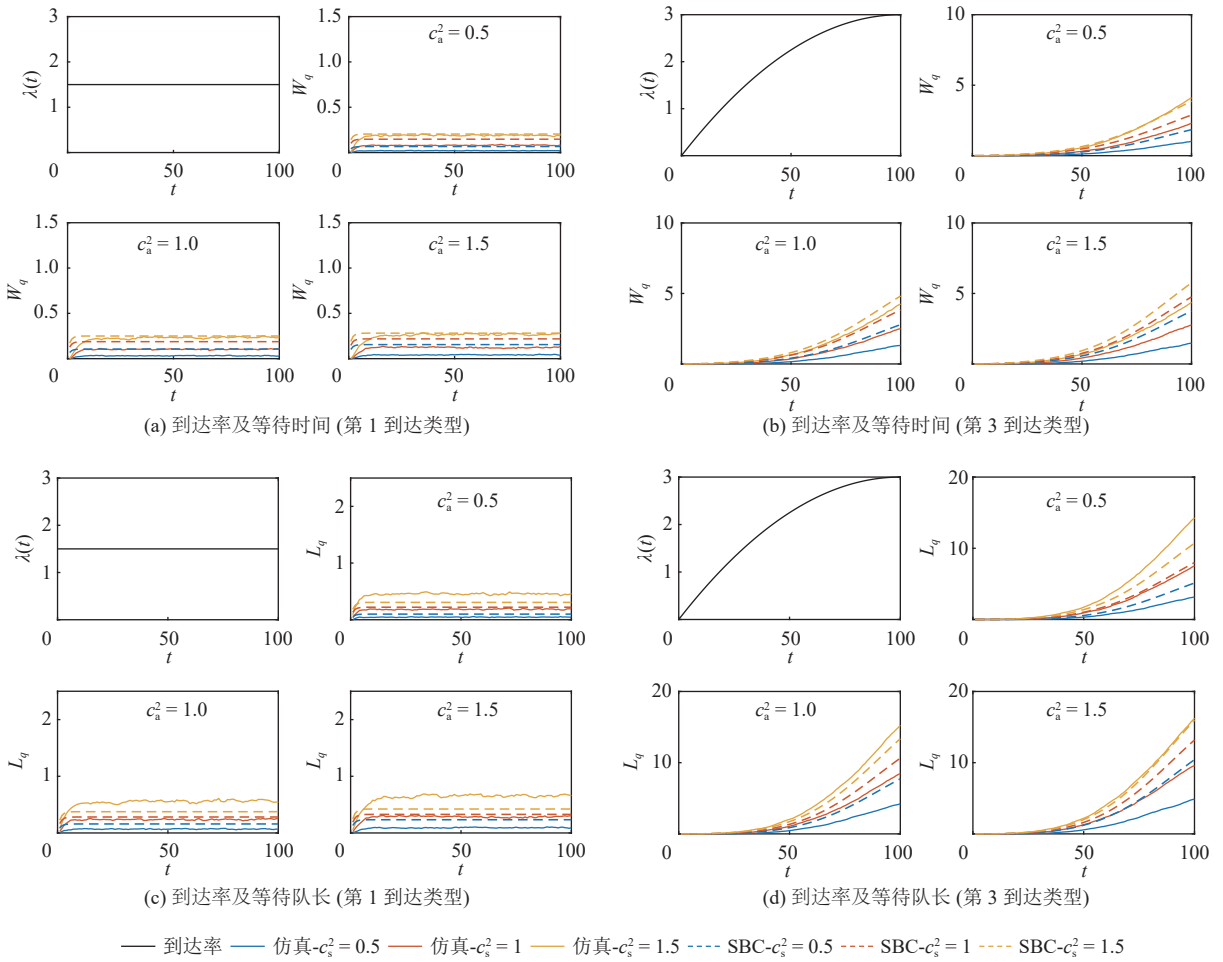


图 5 SCV 对系统性能的影响

Figure 5 Impact of SCV on system performance

所示，解析结果与仿真结果具有相似的渐进趋势。到达过程的平方变异系数用于描述旅客到达时间间隔分布的离散程度，服务过程的平方变异系数用于描述服务时间分布的离散程度，SCV 值越大，离散程度越大。因此，在平稳的到达过程中，随着到达过程和服务过程的 SCV 值增大，排队时间和排队队长进入稳态后的值增大，并且服务过程的 SCV 值增大对系统性能的影响更为显著；在非平稳的到达过程中，随着到达过程和服务过程的 SCV 值增大，排队时间和排队队长都增加。同样地，服务过程的 SCV 值增大的影响更为显著。

#### 4.1.2 服务率的非平稳性对系统性能的影响

为了分析服务率的非平稳性对系统性能的影响，本文应用 Stolletz 在 2008 设计的算例<sup>[10]</sup>。首先给出分段恒定的到达率（每小时）和服务台的两种配置方案，如表 2 所示，括号内为此时的交通强度。服务台的平均服务时间均为 240 s，则第 1 种配置

表 2 各时段的到达人数及服务台数量

Table 2 Number of arrivals and service desks in each time period

时段	$\lambda_t$	$c_{1,t}$	$c_{2,t}$
8:00—8:40	114.00	8 (0.95)	8 (0.95)
8:40—9:20	142.50	10 (0.95)	10 (0.95)
9:20—10:00	142.50	10 (0.95)	10 (0.95)
10:00—10:40	185.25	13 (0.95)	13 (0.95)
10:40—11:20	356.25	25 (0.95)	25 (0.95)
11:20—12:00	641.25	45 (0.95)	45 (0.95)
12:00—12:40	712.50	50 (0.95)	48 (0.990)
12:40—13:20	741.00	52 (0.95)	48 (1.029)
13:20—14:00	641.25	45 (0.95)	45 (0.95)
14:00—14:40	498.75	35 (0.95)	35 (0.95)
14:40—15:20	712.50	50 (0.95)	48 (0.990)
15:20—16:00	498.75	35 (0.95)	35 (0.95)
16:00—16:40	427.50	30 (0.95)	30 (0.95)
16:40—17:20	427.50	30 (0.95)	30 (0.95)
17:20—18:00	356.25	25 (0.95)	25 (0.95)

方案始终保持系统瞬时交通强度为 0.95; 在第 2 种配置方案中, 系统会多次过载, 最大交通强度为 1.029. Stollitz 设计的算例只考虑到达过程和服务过程均服从负指数分布的情况。为了分析变异系数对系统性能的影响情况, 本文考虑到达过程和服务过程对应的平方变异系数分别为 0.5、1、1.5。详细的算例参数如表 3 所示。

不同配置方案下系统性能指标的变化趋势如图 6 所示。通过分析发现, 随着服务强度的增大, 排队时间和排队队长都增加, 说明在部分时段增加服务台数量能够有效提高系统性能。通过对比不同变异系数下系统性能指标的变化趋势, 随着 SCV 值的增大, 排队时间和排队队长也增大。通过对比仿真

表 3 服务率非平稳实验算例参数<sup>1)</sup>

Table 3 Parameters of non-stationary experimental examples for service rates

工作台配置方案	到达过程 SCV	服务过程 SCV
$c_{1,t}$	0.5	0.5
		1
		1.5
	1	0.5
		1
		1.5
1.5	0.5	
	1	
$c_{2,t}$	.....	1.5

1) ..... 代表  $c_a^2$  和  $c_s^2$  参数设定与  $c_{1,t}$  一致。

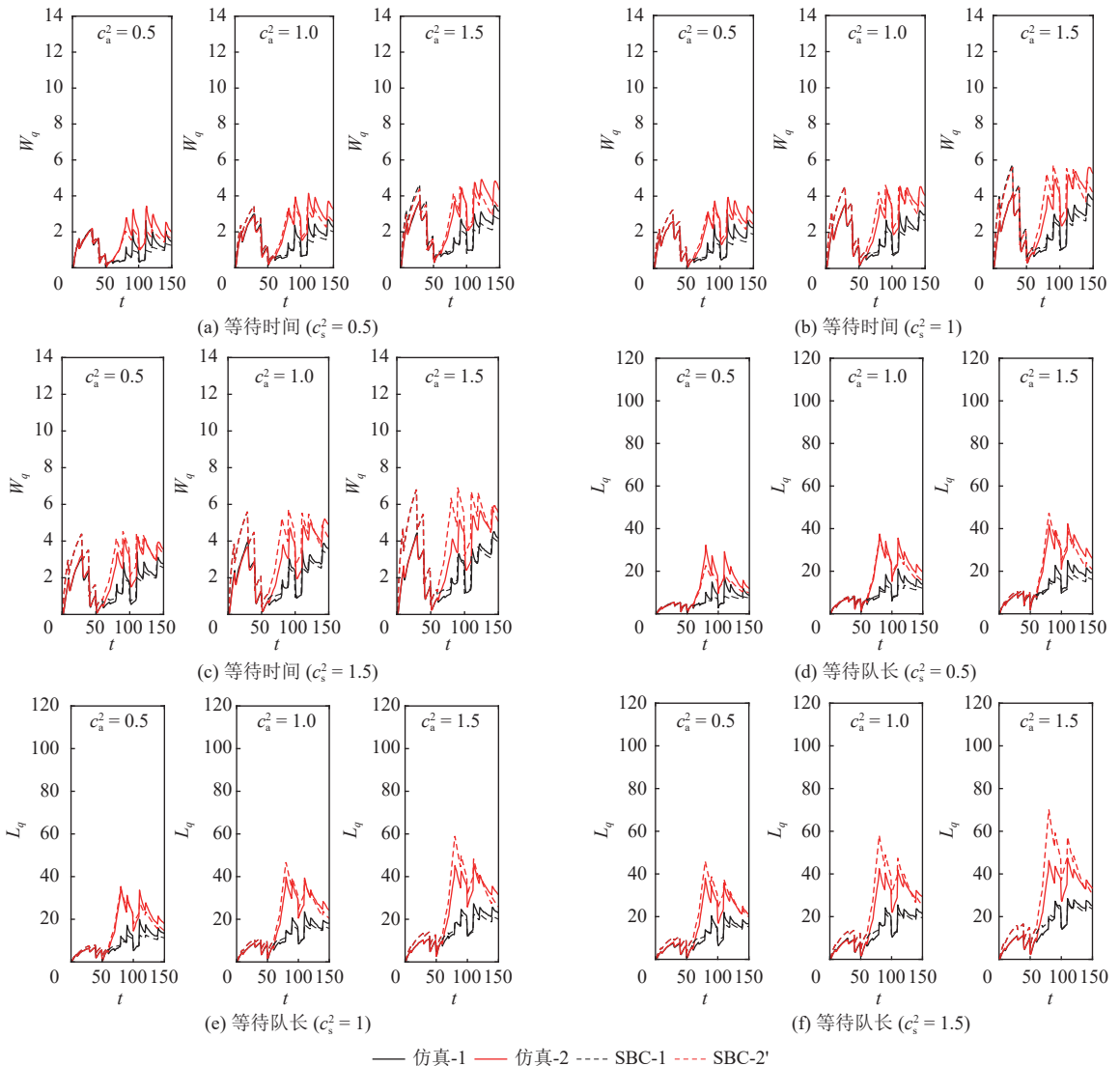


图 6 不同配置方案下系统性能对比

Figure 6 System performance comparison with different allocation schemes

结果与 SBC 近似结果，系统性能具有相似的变化趋势，近似误差会随着 SCV 值的增大而增大，同时相比没有过载的配置方案，存在过载的服务台配置方案的近似结果存在更大的误差，说明在服务台配置优化过程中，随着服务强度的降低，SBC 近似效果也会越好。

4.1.3 平方变异系数的非平稳性对系统性能的影响

考虑 100 个时间单位，顾客到达率  $\lambda = 1.5$ ，系统共有 3 个服务台，服务台的平均服务时间均为 1，将 100 个单位分为 10 个时段，随机产生 5 组值 ( $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ )，每组随机产生 10 个 0~2 之间的值，分别给每组 10 个时段赋予不同的值，作为对应时段的 SCV 值，如表 4 所示。考虑增加 3 组算例来观察 SCV 的非平稳性对系统性能的影响：1) 到达间隔时间的 SCV 非平稳，服务时间的 SCV 保持不变 ( $c_a^2: \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon; c_s^2 = 0.5$ )；2) 到达间隔时间的 SCV 保持不变，服务时间的 SCV 非平稳 ( $c_a^2 = 0.5; c_s^2: \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ )；3) 到达间隔时间和服务时间的 SCV 均为非平稳 ( $c_a^2, c_s^2: \alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ )。

各组算例系统性能的变化趋势如图 7 所示，仿真结果和解析结果具有相似的变化趋势。到达率保持平稳，当到达间隔时间和服务时间的变异系数都保持平稳状态时，系统在一定时间内会进入稳态，系统性能会增长到一定值保持恒定；当变异系数非平稳时，系统性能会随之波动，排队时间和排队队长会随着变异系数的增大而增大。当到达间隔时间和服务时间的变异系数为非平稳状态时，系统性能

表 4 不同时段 SCV 值

Table 4 SCV values in different time periods					
$t$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\epsilon$
0-10	1.42	1.30	0.47	0.34	0.56
10-20	1.61	0.48	0.02	1.20	1.17
20-30	1.07	1.01	1.14	0.05	1.11
30-40	0.23	0.44	0.19	1.45	1.13
40-50	0.13	1.62	0.17	0.67	1.66
50-60	0.38	1.80	0.75	1.60	1.72
60-70	0.21	0.87	0.23	1.83	0.50
70-80	1.05	1.66	1.60	0.72	1.80
80-90	0.40	1.11	0.81	0.30	1.80
90-100	0.80	0.02	1.64	1.17	0.20

的波动程度最大；当服务时间的变异系数处于平稳状态，且到达间隔时间的变异系数处于非平稳状态时，系统性能的波动程度次之；当到达间隔时间的变异系数处于平稳状态，且服务时间的变异系数处于非平稳状态时，系统性能波动的程度最小。

4.2 优化算例

本节设计了两组优化算例，分别研究到达率和变异系数的非平稳性对服务台配置的影响，同时与仿真实验对比验证优化算法的有效性。同样采用 Matlab 软件编写解析算法程序，并在 eM-Plant 软件上建立离散事件仿真模型。

4.2.1 到达率的非平稳性对服务台配置的影响

考虑 100 个时间单位，配置周期为 5 个时间单位，每个服务台的平均服务时间均为 1，约束条件为每个时段的等待时间小于 0.5 且等待队长小于

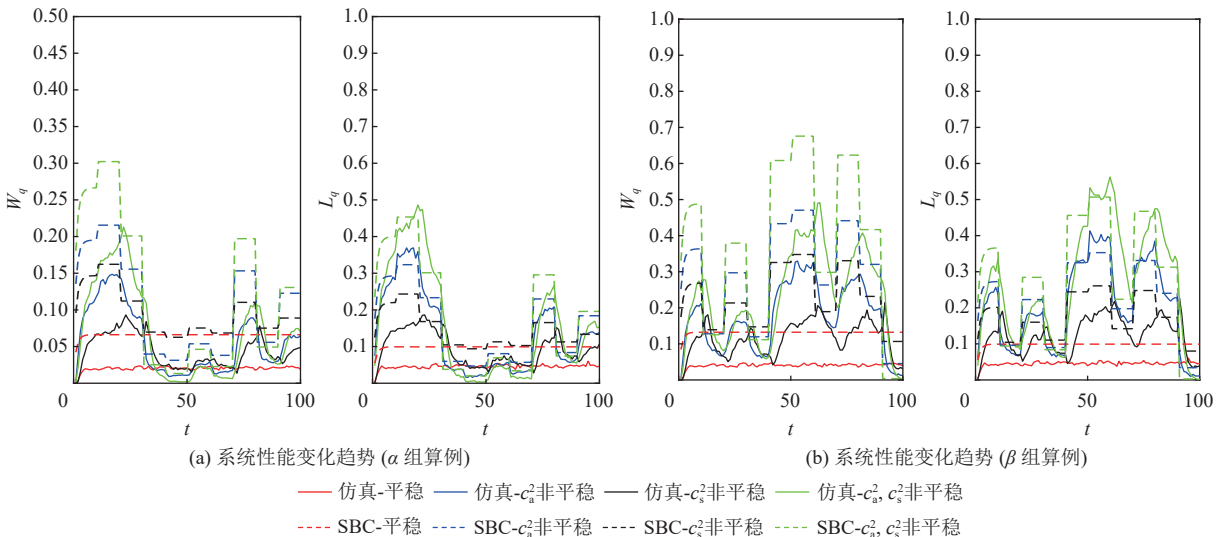


图 7 SCV 非平稳对系统性能的影响

Figure 7 Influence of non-stationary SCV on system performance

- 1, 到达率的类型为 1)  $\lambda(t) = 1$ ; 2)  $\lambda(t) = \frac{3}{10\,000}t^2$ ;  
 3)  $\lambda(t) = \frac{3}{10\,000}t^2 + \frac{3}{50}t + 3$ 。

考虑到达过程和服务过程的 SCV 分别为  $SCV=0.5$ ,  $SCV=1$  和  $SCV=1.5$ 。具体的实验参数如表 5 所示。

表 5 到达率非平稳优化实验算例参数<sup>1)</sup>

Table 5 Parameters of non-stationary optimization experimental examples for arrival rates

到达率类型	到达过程 SCV	服务过程 SCV
(1) $\lambda(t) = 1$	0.5	0.5
		1
		1.5
	1	0.5
		1
		1.5
(2) $\lambda(t) = \frac{3}{10\,000}t^2$	.....	0.5
		1
		1.5
(3) $\lambda(t) = \frac{3}{10\,000}t^2 + \frac{3}{50}t + 3$	.....	0.5
		1
		1.5

1) ..... 代表  $c_a^2$  和  $c_s^2$  参数设定与 (1) 一致。

不同到达率类型下的服务台最优配置结果如图 8 所示。从图 8 可以看出, 当到达率处于平稳时, 最优的服务台配置方案中服务台数量将保持不变; 当到达率处于非平稳时, 随着到达率的增加, 所需要的服务台数量呈“平缓上升的阶梯型”, 而对于到达率下降的算例结果则相反。不同到达率类型在各自最优服务台配置结果下性能指标的变化趋势如图 9 所示。从图 9 可以看出, 解析结果与仿真结果具有

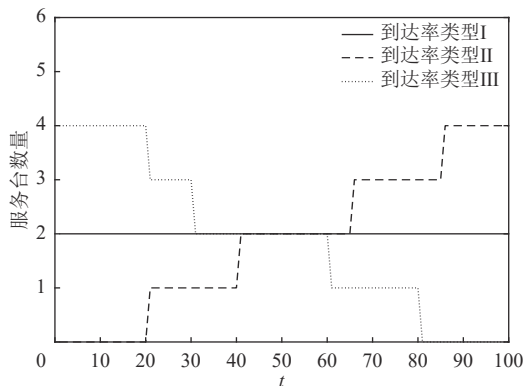


图 8 不同到达率类型下服务台最优配置结果

Figure 8 Optimal allocation results of server desks with different arrival rate types

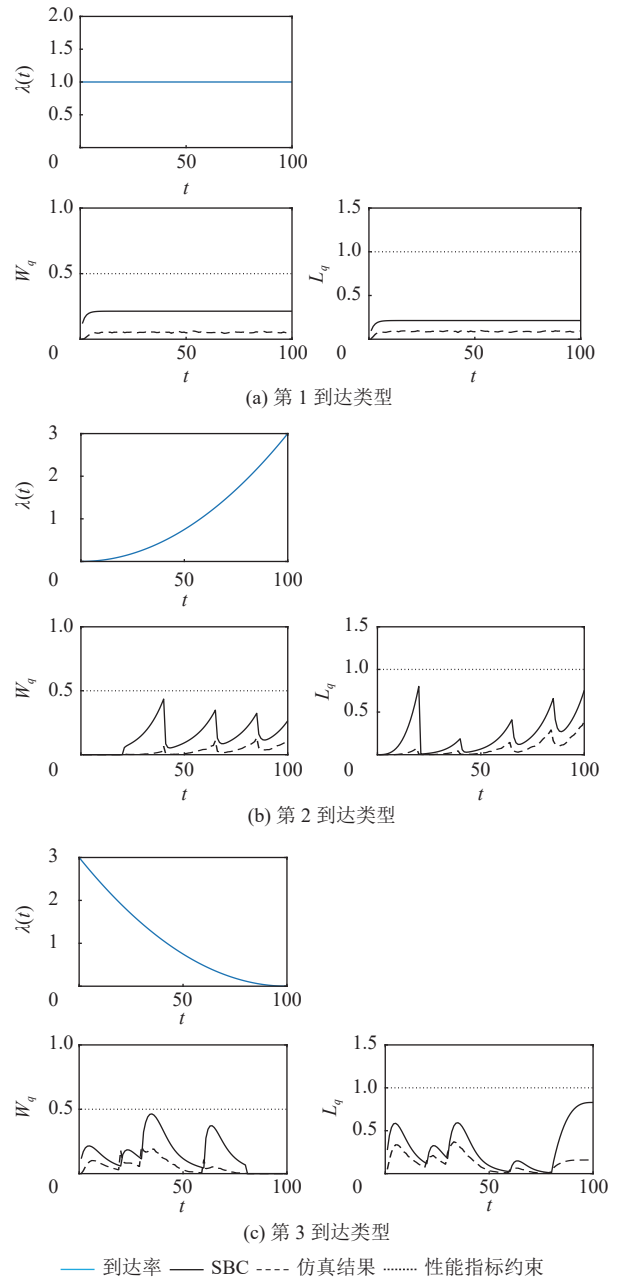


图 9 不同到达率类型下系统性能变化趋势

Figure 9 Trends in system performance with different arrival rate types 相似的渐进趋势, 并且都能够满足性能指标约束, 虽然有部分时间系统性能远远小于其最大约束, 是因为有配置周期约束 (即保持该周期内的服务台数量不变) 的影响, 如果减少周期内服务台的数量, 可能会引起系统性能在此排班周期内超出其最大约束, 从而不满足性能指标约束。总而言之, 该优化算法在到达率非平稳的情形下是有效的。

平方变异系数对服务台配置结果的影响如图 10 所示。从图 10 可以看出, 随着 SCV 值的增大, 所需要服务台的数量也会增加。这是通过之前的实验

得出的结论: SCV 值的增大会增加排队时间和排队队长, 而增加服务台的数量则可以提高系统性能, 所以在优化过程中为了满足其性能指标约束, 需要增加服务台的数量。

的 SCV 值, 如表 6 所示。约束条件为配置周期为 5, 每个时段的等待时间小于 0.5 且等待队长小于 1。

表 6 不同时段的 SCV 值 (优化算例)

Table 6 SCV values in different time periods of the optimization example

$t$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	$\varepsilon$
0-10	1.95	1.71	0.80	1.16	0.72
10-20	1.75	0.07	1.09	0.22	0.71
20-30	1.61	0.49	0.94	0.44	1.47
30-40	1.01	1.22	1.84	1.09	1.35
40-50	0.14	1.27	1.16	1.80	1.31
50-60	1.83	1.76	0.93	0.85	0.39
60-70	1.11	1.02	0.56	0.16	0.02
70-80	1.16	0.29	1.74	0.14	0.74
80-90	1.47	0.50	1.22	1.04	1.22
90-100	0.62	1.79	1.17	0.64	1.15

SCV 的非平稳对服务台配置的影响及相应的系统性能变化趋势如图 11 所示 (以第 3 到达类型为例)。从图 11 可以看出, 当 SCV 平稳时, 最优的服务台配置方案中服务台数量将保持不变; 当 SCV 非平稳时, 同样会使服务台的数量波动, 并且由于 SCV 值的增大会增加排队时间和排队队长, 所以当 SCV 增大到足够大时, 需要增加服务台数量来满足性能指标约束。通过对比解析结果与仿真结果可知, 两者具有相似的变化趋势, 且都满足设定的性能指标约束, 证明该优化算法在 SCV 非平稳的情形下是有效的。

## 5 优化案例

以某城市大型枢纽机场的旅客安检为例, 某日旅客到达情况如表 7 所示, 每个旅检通道的服务速率为 130 人/h, 配置周期为 60 min, 约束条件为每个时段的等待时间不多于 10 min 且等待队长不多于 480 人。

旅客安检通道的优化结果与实际结果的对比如图 12 所示。该天各小时实际开放旅检通道数量的总和为 392 个, 优化后的旅检通道数量总和为 334 个, 通道开放数量减少了 14.80%, 说明模型可以有效优化旅检通道数量配置。由于嵌入到遗传算法的非平稳排队模型为近似计算方法, 所获得的解为近似的最优解, 对比性能指标的解析结果和仿真结果如图 13 所示。从图 13 可以看出, SBC 求解出的结果近似度较好, 且能够保证满足设定的性能指

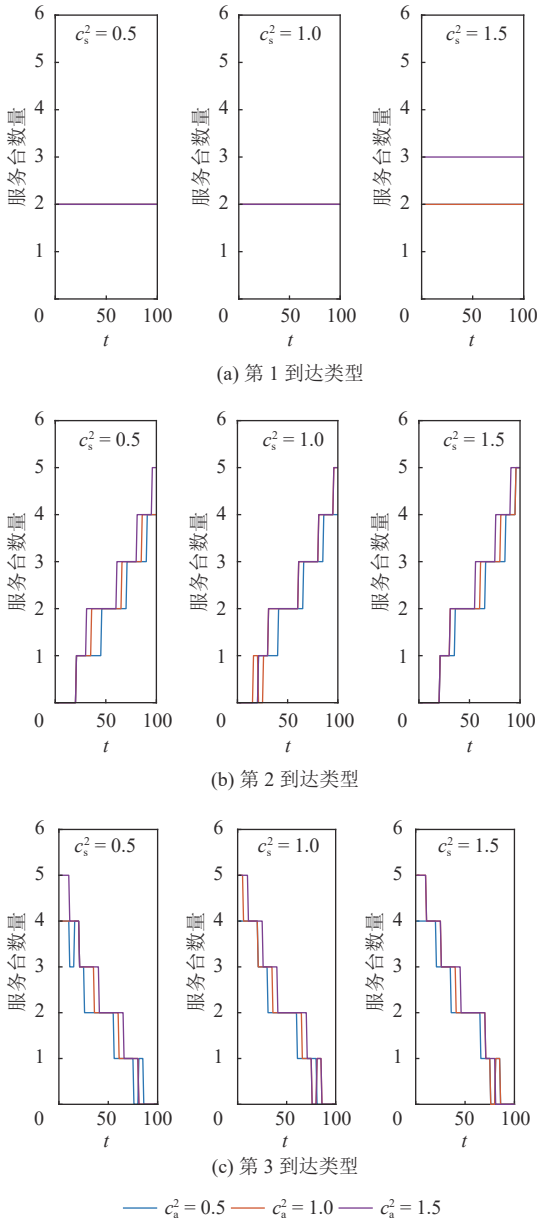


图 10 SCV 对服务台配置影响

Figure 10 Influence of SCV on server desks allocation

### 4.2.2 SCV 的非平稳性对服务台配置的影响

考虑 100 个时间单位, 到达率  $\lambda = 1$ , 每个服务台的平均服务时间均为 1, 将 100 个单位分为 10 个时段, 随机产生 5 组值  $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon)$ , 每组随机产生 10 个 0~2 之间的值, 分别给每组 10 个时段赋予不同的值, 作为对应时段的到达间隔时间和服务时间

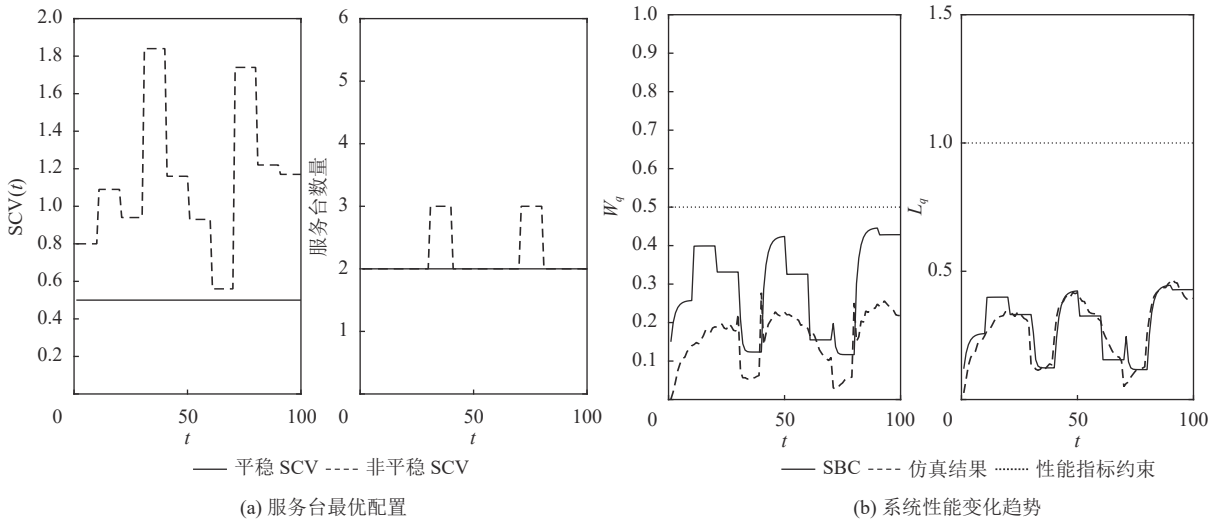


图 11 系统性能变化趋势对比 (第 3 到达类型)

Figure 11 Comparison of system performance trend variations (the third arrival type)

表 7 旅客安检某日到达情况<sup>1)</sup>

Table 7 Arrivals of passenger security check on a specific day

时段	平方变异系数	期望到达人数/人
00:00:00—04:00:00		0
04:00:00—04:30:00	6.75	1 170
04:30:00—05:00:00	1.26	1920
05:00:00—05:30:00	1.21	2 077
05:30:00—06:00:00	1.11	2047
.....	.....	.....
16:30:00—17:00:00	0.92	916
17:00:00—17:30:00	0.88	866
17:30:00—18:00:00	0.94	836
18:00:00—18:30:00	0.92	800
18:30:00—19:00:00	0.89	806
19:00:00—19:30:00	0.93	639
19:30:00—20:00:00	0.97	795
20:00:00—20:30:00	0.96	701
20:30:00—21:00:00	0.93	858
21:00:00—21:30:00	0.95	681
21:30:00—22:00:00	0.86	502
22:00:00—22:30:00	1.27	345
22:30:00—23:00:00	2.30	202
23:00:00—23:30:00	1.91	46
23:30:00—00:00:00	0.00	1

1) ..... 代表省略的时间段及其参数。

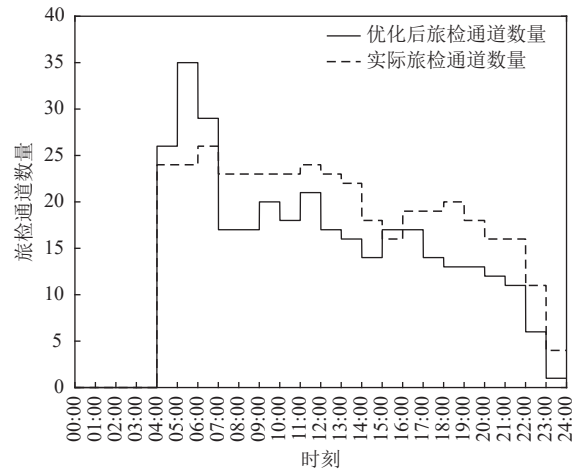


图 12 旅检通道配置优化结果

Figure 12 Results of passenger security checkpoint allocation optimization

## 6 结束语

针对单阶段服务系统, 建立到达过程和服务过程服从一般分布的  $G/G/C$  非平稳排队模型, 应用了 SBC 近似求解系统性能指标值。SBC 近似将整个时间范围划分为多个时段, 并把一个时段内未服务的顾客积压结转至随后的周期, 从而修正到达率后求解出系统性能指标值。算例实验表明, 输入过程、服务过程以及对应的平方变异系数的非平稳性对系统的性能指标值会有较大的影响, 而本文应用的 SBC 近似能较好地计算出系统性能指标值及其变化趋势。最后, 针对服务台配置优化问题, 建立随机非线性整数规划模型, 提出嵌入 SBC 近似的

标约束。综上所述, 本文所提出的方法可以有效求解单阶段服务系统的服务台数量配置优化问题, 在满足旅客期望的等待时间和等待队长的条件下, 优化旅检通道数量配置方案, 降低投资成本。

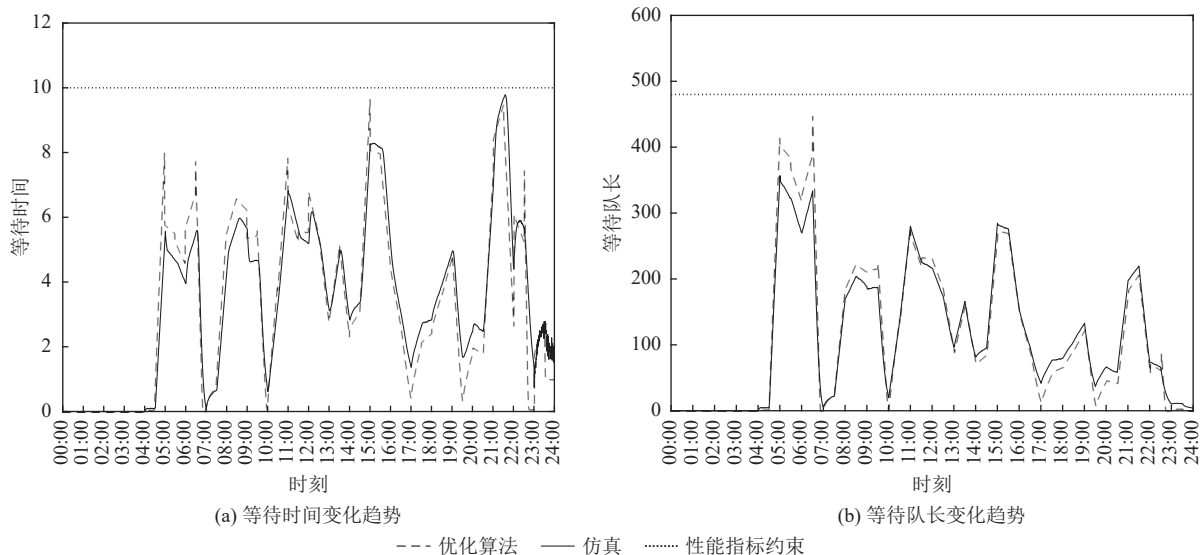


图 13 旅客安检排队系统性能变化趋势

Figure 13 Performance trend of the passenger security check queuing system

遗传算法, 并通过优化算例验证该优化算法的有效性, 最终通过优化案例求解服务系统服务台数量的配置方案。

本文考虑的排队系统模型为单阶段的服务系统, 现实中的服务系统往往是具有多个服务阶段的系统。今后将针对具有多个服务阶段的系统资源配置问题进行研究。

#### 参考文献:

- [1] HE B, LIU Y, WHITT W. Staffing a service system with non-poisson non-stationary arrivals[J]. *Probability in the Engineering and Information Sciences*, 2016, 30(4): 593-621.
- [2] 姚加林, 潘学成. 基于排队论的高铁车站安检设备运用优化研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2020, 17(8): 1919-1925.  
YAO Jialin, PAN Xuecheng. Research on application by optimization of security inspection equipment in high-speed railway station based on queuing theory[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2020, 17(8): 1919-1925.
- [3] 刘英, 向勇, 杨秀清, 等. 机场共享自助值机托运服务资源配置研究[J]. *四川大学学报(自然科学版)*, 2021, 58(5): 63-70.  
LIU Ying, XIANG Yong, YANG Xiuqing, et al. Research on resource allocation model and strategy of airport shared self-service check-in and baggage check system[J]. *Journal of Sichuan University (Natural Science Edition)*, 2021, 58(5): 63-70.
- [4] 李建国, 张海飞, 周璐婕, 等. 基于改进遗传算法的立体车库布局对比及服务资源优化[J]. *西南大学学报(自然科学版)*, 2019, 41(4): 139-148.  
LI Jianguo, ZHANG Haifei, ZHOU Lujie, et al. Stereo garage layout and service resources optimization based on an improved genetic algorithm[J]. *Journal of Southwest University (Natural Science Edition)*, 2019, 41(4): 139-148.
- [5] AKSIN Z, ARMONY M, MEHROTRAM V. The modern call center: a multi-disciplinary perspective on operations manage-

ment research[J]. *Production and Operations Management*, 2010, 16(6): 665-688.

- [6] ARMONY M, ISRAELIT S, MANDELBAUM A, et al. Patient flow in hospitals: a data-based queueing-science perspective[J]. *Stochastic Systems*, 2015, 5(1): 146-194.
- [7] JACQUILLAT A, ODoni A R. Endogenous control of service rates in stochastic and dynamic queueing models of airport congestion[J]. *Transportation Research Part E*, 2015, 73: 133-151.
- [8] NASR W W, TAAFFE M R. Fitting the Ph-t/M-t/s/c time-dependent departure process for use in tandem queueing networks[J]. *Inform Journal on Computing*, 2013, 25(4): 758-773.
- [9] STOLLETZ R. Approximation of the non-stationary  $M(t)/M(t)/c(t)$ -queue using stationary queueing models: the stationary backlog-carryover approach[J]. *European Journal of Operational Research*, 2008, 190(2): 478-493.
- [10] GREEN L, KOLESAR P. The pointwise stationary approximation for queues with nonstationary arrivals[J]. *Management Science*, 1991, 37(1): 84-97.
- [11] GREEN L V, KOLESAR P J, SOARES J. Improving the SIPP approach for staffing service systems that have cyclic demands[J]. *Operations Research*, 2001, 49(4): 549-564.
- [12] NEWELL G F. Airport capacity and delays[J]. *Transportation Science*, 1979, 13(3): 201-241.
- [13] STOLLETZ R. Non-stationary delay analysis of runway systems[J]. *OR Spectrum*, 2008, 30(1): 191-213.
- [14] STOLLETZ R. Analysis of passenger queues at airport terminals[J]. *Research in Transportation Business & Management*, 2011, 1(1): 144-149.
- [15] STOLLETZ R, LAGERSHAUSEN S. Time-dependent performance evaluation for loss-waiting queues with arbitrary distributions[J]. *International Journal of Production Research*, 2013, 51(5): 1366-1378.
- [16] WARD W. Approximations for the GI/G/m queue[J]. *Production and Operations Management*, 1993, 2(2): 114-161.