

doi: 10.3969/j.issn.1007-7375.230171

考虑旅客选择行为的收益管理和机型指派联合模型

乐美龙¹, 陈 怡¹, 黄周春²

(南京航空航天大学 1. 民航学院; 2. 经济与管理学院, 江苏 南京 211106)

摘要: 传统收益管理假设旅客需求是独立的, 未能充分考虑到旅客的选择行为, 本文讨论了考虑旅客选择行为的收益管理问题和机型指派联合优化问题。根据对历史销售数据的观察, 发现旅客对最低价舱位具有特殊偏好, 因此本文利用尖峰多项 Logit (spiked multinomial logit, Spiked-MNL) 选择模型来预测旅客潜在真实需求, 并以航空公司利润最大化为目标, 构建考虑旅客选择行为的收益管理和机型指派联合模型。本研究利用某航空公司的实际销售交易数据进行算例分析, 验证所提出的模型的可行性, 并通过在不同场景下的比较来评估模型的性能。结果显示, 在比较联合模型和独立模型的利润时, 联合模型的平均利润高出 5%; 在不同机队规模的比较中, 5 机型联合模型产生的利润最高, 其平均利润比 3 机型高出 6.6%, 比 9 机型高出 7.3%。此外, 与以往关于利用旅客选择模型预测旅客需求的方法相比, Spiked-MNL 模型能够更准确地反映旅客的实际购买行为, 其平均利润比广义吸引力模型 (generalized attraction model, GAM) 高出 0.7%, 比多项 Logit (multinomial logit, MNL) 模型高出 1.2%。

关键词: 网络收益管理; 机型指派; 旅客选择行为; 联合优化

中图分类号: F407.5; F56

文献标志码: A

文章编号: 1007-7375(2024)05-0001-10

A Joint Model of Revenue Management and Aircraft Assignment Considering Passenger Choice Behavior

LE Meilong¹, CHEN Yi¹, HUANG Zhouchun²

(1. College of Civil Aviation; 2. College of Economics and Management, Nanjing University of
Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract: The assumption of traditional revenue management on passenger demand is independent and fails to fully account for passenger choice behavior. This paper discusses the revenue management and aircraft assignment problems considering passenger choice behavior. Observations from historical sales data reveal that passengers have a special preference for the lowest fare class. Therefore, the Spiked Multinomial Logit (Spiked -MNL) choice model is used in this paper to predict the potential real demand of passengers. Also, a joint model of revenue management and aircraft assignment considering passenger choice behavior is established, with the objective of maximizing airline profit. Case studies are conducted using actual sales transaction data from an airline to verify the feasibility of the proposed model and to evaluate its performance by comparison in different scenarios. Results show that the joint model yields an average profit of 5% higher than the independent model. In the comparison of different fleet sizes, the 5-aircraft joint model produces the highest profit, with an average profit of 6.6% higher than the 3-aircraft model and 7.3% higher than the 9-aircraft model. In addition, compared with traditional methods of predicting passenger demand using passenger choice models, the Spiked-MNL model can reflect actual passenger purchasing behavior more accurately, with an average profit of 0.7% higher than the Generalized Attraction Model (GAM) and 1.2% higher than the Multinomial Logit (MNL) model.

Key words: network revenue management; aircraft assignment; passenger choice behavior; joint optimization

收稿日期: 2023-09-11

基金项目: 教育部人文社会科学研究青年基金资助项目 (22YJC630041); 南京航空航天大学研究生创新基地开放基金资助项目 (xcxjh20220721)

作者简介: 乐美龙 (1964—), 男, 浙江省人, 教授, 博士, 主要研究方向为航空运输系统规划与运营控制优化。

Email: meilongle@hotmail.com

通讯作者: 黄周春 (1986—), 男, 安徽省人, 副教授, 博士, 主要研究方向为随机规划、组合优化和大规模整数规划及其在能源系统优化和航空运营管理领域的应用。Email: zhouchun.huang@nuaa.edu.cn

收益管理的核心是舱位控制,即将合适的座位以合适的价格卖给合适的人,通过差别定价和服务把座位划分为不同的舱位,销售给不同类型的旅客。例如,公商务旅客倾向于选择价格高、服务质量高的头等舱,休闲旅客倾向于选择价格低、服务质量一般的经济舱。航空公司在进行收益管理时专注于售出更多高价舱位,同时希望航班客座率保持较高的水平。因此需求预测是舱位控制策略优化的基础,通过确定高价值旅客和低价值旅客的需求来分配舱位。机型指派中航空公司主要通过考虑飞机运营成本最小化来指派不同机型的飞机到不同航线,这意味着航空公司需要寻找在特定航线上飞行的经济性机型,以最小化运营成本并提高盈利能力。不同飞机在飞行成本、燃油效率、维护成本、航线距离、座位容量等方面存在差异,航空公司通过考虑航线与飞机的适配性来指派飞机。例如,对于长途航线航空公司选择燃油效率高、座公里成本低的飞机能够产生规模经济效应;对于高需求的航线航空公司选择大机型执飞,低需求的航线选择小机型执飞,以平衡座位供应与市场需求。

机型指派问题是经典的多商品流问题, Hane 等^[1]提出的机型指派模型 (fleet assignment model, FAM) 是解决机型指派问题的经典模型,他们的早期研究表明,在多样化的运营约束下将机队类型与乘客需求相匹配,能够显著提升利润。FAM 的难点在于捕获旅客选择行为的内生性,即航空公司短期决策对航线网络中客流的影响。在对这种内生性进行建模时,两个关键的考虑因素是溢出(即由于指定机型无法满足旅客需求而损失的收入)以及重新获取(即通过将旅客重新定向到同一航空公司的其他航班而重新获得的部分溢出收入)。

航空公司收益管理 (revenue management, RM) 的概念源自 Littlewood^[2],他提出通过控制两个票价等级的可用性来进行管理。传统收益管理需求模型假设每个旅客请求特定产品,航空公司决定接受或拒绝请求,这一假设被称为独立需求模型。然而,独立需求模型未考虑旅客选择行为,导致旅客发生溢出。与独立需求模型不同,基于选择的需求模型假设旅客对产品有异质偏好,每位旅客从可用产品中选择偏好的产品。MNL 模型 (multinomial logit model, 多项 Logit 模型) 是常见的选择模型之一,但是 MNL 模型存在独立不相关替代 (independent of

irrelevant alternatives, IIA) 的问题,并且参数模型较为依赖于偏好结构和属性假设。Cao 等^[3]研究了 Spiked-MNL (spiked multinomial logit, 尖峰多项式 logit 选择模型) 下的网络收益管理问题,用线性规划的解构造了一个预订限制策略,但其未考虑机型指派和收益管理的联合优化。Lee 等^[4]建立潜在类多项式逻辑模型,利用期望最大化 (expectation-maximization, EM) 方法估计选择模型参数,发现异质性消费者群体,但是其未根据需求预测结果进一步研究收益管理。Wei 等^[5]开发并应用新颖的模型和算法方法,基于内生旅客选择同时优化航空公司综合时刻表制定与机队分配决策,显著提高航空公司利润,但是其未考虑到最低价产品对旅客的吸引力。Van Ryzin 等^[6]结合基于等级的离散选择模型和随时间推移的顾客到达的伯努利过程,利用销售交易和产品可用性数据估计客户对某类产品的偏好,但是研究仅考虑单航班的旅客需求估计。闫振英等^[7]通过分析弹性客流构建旅客偏好序列,并基于此构建铁路运输票价和舱位控制联合优化模型,但是其采用的偏好序模型未考虑旅客对低价产品的特殊偏好,且未进一步考虑网络舱位控制问题。朱晗等^[8]基于马尔可夫决策过程构建旅客需求未知环境下的多周期动态定价模型,但是其在建模时未考虑到外部产品对需求的影响。Birolini 等^[9]考虑航空旅客需求的产生分配具有内生性,通过嵌套 logit 公式构建考虑竞争的航班调度和机型指派联合模型,但是其采用 MNL 模型作为旅客选择模型,具有一定的局限性。Yan 等^[10]构建考虑旅客选择行为下的航空公司时刻表设计和机型指派联合模型,利用网络结构中的弱依赖性将飞行网络划分为更小的子网,进而解决大规模计算问题,但是其未考虑到竞争和低价产品对旅客选择行为的影响。Bian 等^[11]考虑高铁竞争,建立航空公司动态多航段运力控制优化模型,但是其未充分考虑低价产品对旅客的吸引。

之前的研究集中在独立优化收益管理和机型指派上,但忽略了它们之间的相互关系。随着市场竞争和航油成本上升,航空公司更倾向于使用联程航班来提高客座率、扩大市场份额和降低运营成本。在联程航班中,飞机在一个航段上可能承载多个 OD 对 (origin-destination, 始发地—目的地) 的旅客需求,导致需求超过座位容量。为了解决这个问题,本文研究了在航班运营成本最低的同时进行舱位控

制, 以实现航空公司的收益最大化。此外, 以往收益管理在对旅客选择行为建模时未充分考虑低价舱位中的需求尖峰效应, 并且较少研究网络收益管理问题。随着在线旅行社平台的发展, 其他舱位的价格可能影响旅客的购买决策, 旅客更容易被低价产品吸引, 旅客转移到其他航班的概率增加。因此, 本文建立 Spiked-MNL 模型来考虑旅客选择行为, 并根据历史销售数据预测了旅客在历史航班上的潜在真实需求。最后, 将这些预测结果纳入联合优化模型, 以帮助航空公司更灵活地进行机型指派和座位容量调整, 摆脱传统的固定舱位容量的限制。

1 问题描述和研究假设

1.1 问题描述

航空公司将一组可相互替代的运输产品集在 T 个购买期内销售, $t=1, \dots, T$ 。其中不同产品有不同的开放时期, 每个时期可用的数据是实际购买交易数据和该时期每个产品可用性的二进制指标。每个时期内旅客到达服从泊松分布, 假设旅客类型分为商务旅客和休闲旅客, 每种类型旅客有相应的产品考虑集, 并在考虑集中更偏好最低价的产品。当最低价产品不可用时, 旅客极有可能发生“溢出”, 本文主要考虑旅客向本航班的其他舱位和其他航班、铁路运输产品的溢出, 因此航空公司首先根据历史销售数据预测旅客低价偏好下的真实需求, 然后基于真实需求建立收益管理和机型指派联合模型。

本文将商务旅客的时间敏感性主要表现在起飞时间和航班是否直飞上, 休闲旅客的价格敏感性体现在舱位价格和起飞时间上, 并根据航班起飞时间、舱位价格和是否直飞作为旅客对运输产品的评价指标。此外, 将历史舱位销售数据归一化作为线性向量的取值。根据历史经验, 越接近航班起飞日期, 需求越大, 为了避免让高价值旅客流向低等级舱位, 对低等级舱位设置购票限制。

1.2 研究假设

- 1) 旅客在每个时期到达时更偏好可用产品集中最便宜的舱位;
- 2) 每个产品的特殊吸引力大于一般吸引力;
- 3) 对于所有产品 $j \in J$, 最便宜的产品峰值是非负的, 即 $\omega_j \geq v_j > 0$;

- 4) 不考虑超售情况;
- 5) 不考虑增加航班情况;
- 6) 不考虑价格变化情况;
- 7) 不考虑旅客跨期溢出。

2 旅客选择模型

在旅客选择模型中本文将舱位定义为产品。

2.1 集合与参数

J : 舱位集合, 索引为 j 。

p_j : 舱位 j 的价格。

O : 航空公司提供的舱位集合。

C : 旅客考虑舱位集合。

Q : 旅客可用舱位集合, $Q = O \cap C$ 。

$Q(j)$: 价格比舱位 j 高的舱位集合。

$Q'(j)$: 舱位 j 和比舱位 j 价格高的可用舱位集。

φ : 舱位 j 是最便宜舱位时对旅客的特殊属性向量。

γ : 舱位 j 是最便宜舱位时对旅客的特殊线性系数向量。

α_j : 舱位 j 对旅客的一般属性向量。

β_j : 舱位 j 对旅客的一般线性系数向量。

ξ_0 : 外部选项对旅客的属性向量。

ψ_0 : 外部选项对旅客的线性系数向量。

$I(j)$: 使用舱位 j 的行程。

$Q^{(i)}$: 与舱位 j 相同行程的舱位集合。

$\chi(j, Q) = \begin{cases} 1, & \text{舱位 } j \text{ 是旅客选择集中最便宜的舱位;} \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$

μ_j : 舱位 j 是最便宜舱位时对旅客的特殊效用。

σ_j : 舱位 j 对旅客的一般效用。

ϑ_0 : 外部选项对旅客的效用。

2.2 变量

ω_j : 舱位 j 是最便宜舱位时对旅客的特殊吸引力;

v_j : 舱位 j 对旅客的一般吸引力;

κ_0 : 外部选项对旅客的吸引力。

2.3 Spiked-MNL 选择模型构建

Spiked-MNL 选择模型建立在旅客效用最大化的基础上, 本文将效用以属性向量和线性向量系数的内积表示, 之后通过指数化的计算得到旅客对舱位的偏好程度, 即舱位 j 对旅客的吸引力, 计算公式如式 (1)~式 (10) 所示。

$$\mu_j = \varphi_j \gamma_j; \quad (1)$$

$$\omega_j = e^{\mu_j}; \quad (2)$$

$$\sigma_j = \alpha_j \beta_j; \quad (3)$$

$$v_j = e^{\sigma_j}; \quad (4)$$

$$\theta_0 = \xi_0 \psi_0; \quad (5)$$

$$\kappa_0 = e^{\theta_0}. \quad (6)$$

在 Spiked-MNL 模型下, 旅客选择的概率基于特殊吸引力 ω_j 和一般吸引力 v_j 来定义, 其中 $\omega_j \geq v_j > 0$, $\omega_j, v_j \in \mathbb{R}^n$ 。

对于任意舱位 $j \in Q$, $J'(j) = J(j) \cup \{j\}$ 表示舱位 j 和比舱位 j 价格高的舱位集合。那么指示函数 $\chi(j, Q)$ 可以表示为

$$\chi(j, Q) = \begin{cases} 1, & j \in Q, (Q^{(j)} \cap J) \subset J'(j); \\ 0, & \text{其他。} \end{cases} \quad (7)$$

旅客根据 Spiked-MNL 模型在 Q 的产品集中进行选择, 每个时期中旅客优先选择可用舱位集中最便宜的舱位。当舱位 $j \in Q$ 时, 旅客的选择概率为

$$P_j(Q) = \frac{v_j(1 - \chi(j, Q)) + \omega_j \chi(j, Q)}{v_0 + \sum_{j' \in Q} [v_{j'}(1 - \chi(j', Q)) + \omega_{j'} \chi(j', Q)]}. \quad (8)$$

当舱位 $j \notin Q$ 时, 旅客的选择概率为

$$P_j(Q) = 0; \quad P_0(Q) = \frac{v_0}{v_0 + \sum_{j' \in Q} [v_{j'}(1 - \chi(j', Q)) + \omega_{j'} \chi(j', Q)]}. \quad (9)$$

其中, Q 表示旅客可选舱位集合, $P_j(Q)$ 表示在舱位集合为 Q 的情况下旅客选择舱位 j 的概率, $P_0(Q)$ 表示旅客选择外部选项的概率, 包括其他航空公司、其他交通方式、不出行 3 种选择行为, 本文将外部选项视为在销售期内一直可用的舱位。

另外, 选择本航空公司航班舱位的概率与选择外部舱位购买概率的总和为 1。

$$\sum_{j \in Q} P_j(Q) + P_0(Q) = 1. \quad (10)$$

由于航空公司的历史数据仅包括本舱位得到满足的“第一需求”和其他舱位未得到满足的“重捕获需求”, 不包括本舱位的“溢出需求”, 因此模型中的 ω_j 、 v_j 和 v_0 可以利用 Gallego 等^[12]提出的极大似

然估计和最小二乘法获得。下一节将利用 Spiked-MNL 模型来描述旅客的选择。

3 机型指派和收益管理联合模型

本节将第 2 节中求解得到的最低价产品对旅客吸引力和其他产品对旅客吸引力作为联合模型的参数, 即利用 Gallego 等^[12]关于基于选择的确定性线性规划模型 (choice-based determine linear program, CDLP) 推导至基于销售的线性规划模型 (sales-based linear program, SBLP) 的数学公式, 将旅客需求偏好表示为旅客需求, 之后将旅客需求作为联合模型约束条件, 使得航空公司实现考虑旅客低价选择行为下的利润最大化。由于本节研究对象为航线网络, 上一节研究对象为一个 OD 对的航班, 为了方便描述旅客和产品的关系, 本文定义市场为具有旅行需求的一对机场; 航段是航空公司运营的直飞航班的有序机场对; 行程是从出发地机场到目的地机场的连续航班序列; 舱位等级是具有不同价格和服务属性的飞机座位集合, 大体上可以分为头等舱和经济舱; 产品是行程和舱位等级的组合。例如, 对于旅客乘坐的从北京出发, 经停上海, 飞往广州的联程航班, 市场为北京到广州; 两个航段分别为北京到上海, 上海到广州; 行程包括北京到上海和上海到广州的航班。当联程航班上有 2 个舱位时, 从北京到上海的旅客和从北京到广州经停上海的旅客将在同一个航段上飞行, 因此需要考虑这两部分旅客的需求和飞机座位之间的关系。

综上所述, 本文基于 Spiked-MNL 选择模型构建机型指派和收益管理联合优化模型, 根据假设条件 3) 中 ω_j 的非负峰值条件, 在 Spiked-MNL 选择模型下, 最优分配策略提供的有效分类是按收入嵌套的, 因此最终得到的优化分配座位数也是按收入嵌套的。在机型指派中本文利用 Hane 等^[1]提出的时空网络图来表示不同机场、不同机队的运营决策, 其中每个节点都与飞机类型和机场组合相关联, 每条飞行弧线的起始节点对应预定出发时间, 每条飞行弧线的结束节点对应预定到达时间。

3.1 集合和索引

AP: 机场集合, 索引为 ap ;

M: 市场集合, 索引为 m ;

S: 航段集合, 索引为 s ;

F: 机型集合, 索引为 f ;

R: 旅客类型集合, 索引为 r ;

J : 所有舱位集合, 索引为 j 和 j' , 其中 j 表示最低价舱位, j' 表示其他舱位;

$Q_{r,i}$: 行程 i 上旅客 r 的舱位考虑集;

I_m : 市场 m 中所有行程集合, 索引为 i ;

$I_{m,s}$: 使用 s 航段的市場 m 的所有行程集合, 索引为 i ;

N : 时空网络中所有结点集合, 每一个结点 $n \in N$ 由机型 f 和机场 ap 确定;

A_n^+ : 进入结点 n 集合;

A_n^- : 离开结点 n 集合;

A_{source}^- : 进入时空网络源结点 source 集合;

A_{sink}^+ : 离开时空网络汇聚结点 sink 集合;

A : 时空网络中所有弧的集合;

G : 时空网络中所有地弧和端弧的集合, 下标用 g 表示。

3.2 参数

$\lambda_{m,r}$: 市场 m 中 r 旅客的到达率;

$\omega_{i,r,j}$: 航空公司为旅客 r 提供的行程 i 及其最低价舱位 j 的吸引力;

$v_{i,r,j'}$: 航空公司为旅客 r 提供的行程 i 及其他舱位 j' 的吸引力;

$v_{m,r}^0$: 在市场 m 中, 其他航空公司和不飞备选行程对旅客 r 的总吸引力;

$p_{i,j}$: 航空公司为行程 i 提供的最低价舱位 j 的价格;

$p_{i,j'}$: 航空公司为行程 i 提供的其他舱位 j' 的价格;

E_f : 机型 f 飞机的座位数;

$c_{s,f}$: 在航段 s 上, 由航空公司使用机队类型 f 的航班的运营成本;

l_f : 机型 f 的可用数量;

$a_s^{i,j}$: 行程 i 的舱位 j 是否使用了航段 s , $a_s^{i,j} = 0$ 为未使用, $a_s^{i,j} = 1$ 为使用。

3.3 决策变量

$x_{s,f} = \begin{cases} 1, & f \text{ 机型指派给 } s \text{ 航段;} \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$

$y_{f,g}$: 经过弧 g 上机型 f 的数量。

$z_{i,r,j}$: 在行程 i 中旅客 r 在最低价舱位 j 上的座位分配数。

$z_{m,r}^0$: 在市场 m 中旅客 r 的外部分配数。

3.4 数学模型

1) 目标函数为

$$\max \sum_{m \in M} \sum_{i \in I_m} \sum_{r \in R} \sum_{j \in Q_{r,i}} \left(p_{i,j} + \sum_{j' \in Q(j)} p_{i,j'} \frac{v_{i,r,j'}}{\omega_{i,r,j}} \right) z_{i,r,j} - \sum_{s \in S} \sum_{f \in F} c_{s,f} x_{s,f} \quad (11)$$

2) 航班覆盖约束为

$$\sum_{f \in F} x_{s,f} \leq 1, \quad \forall s \in S. \quad (12)$$

3) 流平衡约束为

$$\sum_{s \in S: s \in A_n^+} x_{s,f} + \sum_{g \in G: g \in A_n^+} y_{f,g} - \sum_{s \in S: s \in A_n^-} x_{s,f} - \sum_{g \in G: g \in A_n^-} y_{f,g} = 0, \quad \forall n \in N, f \in F. \quad (13)$$

4) 飞机数量约束为

$$\sum_{g \in A_{source}^+} y_{f,g} = \sum_{g \in A_{sink}^+} y_{f,g} \leq l_f, \quad \forall f \in F. \quad (14)$$

5) 旅客到达约束为

$$z_{m,r}^0 + \sum_{i \in I_m} \sum_{j \in Q_{r,i}} \left(1 + \sum_{j' \in Q(j)} \frac{v_{i,r,j'}}{\omega_{i,r,j}} \right) z_{i,r,j} = \lambda_{m,r} T, \quad \forall m \in M, r \in R. \quad (15)$$

6) 需求容量约束为

$$\sum_{m \in M} \sum_{r \in R} \sum_{j \in Q_{r,i}} \sum_{i \in I_{m,s}} \left(1 + \sum_{j' \in Q(j)} \frac{v_{i,r,j'}}{\omega_{i,r,j}} \right) a_s^{i,j} z_{i,r,j} \leq \sum_{f \in F} E_f x_{s,f}, \quad \forall s \in S. \quad (16)$$

7) 外部约束为

$$\sum_{j \in Q(i)} \frac{z_{i,r,j}}{\omega_{i,r,j}} \leq \frac{z_{m,r}^0}{v_{m,r}^0}, \quad \forall i \in I_m, m \in M, r \in R. \quad (17)$$

8) 变量约束为

$$x_{s,f} \in \{0, 1\}, \quad \forall s \in S, f \in F. \quad (18)$$

$$y_{f,g} \geq 0, \quad \forall f \in F, g \in G. \quad (19)$$

$$z_{i,r,j} \geq 0, \quad \forall i \in I_m, m \in M, r \in R, j \in J. \quad (20)$$

$$z_{m,r}^0 \geq 0, \quad \forall m \in M, r \in R. \quad (21)$$

根据第2节中关于 $Q(j)$ 的定义, 可以得到

$$Q(j) = \{j \in J: p_j > p_j\}, \quad \forall i \in I_m, m \in M, r \in R, j \in J.$$

由于航空公司提供的产品集 O 中的收益是按照嵌套分类的, 定义舱位 j 是产品集 O 的任一行程里最便宜的可用产品。根据第2节中关于 $Q(j)$ 的定

义, 得到 $Q'(j) \subset O$, 进一步得到

$$P_{i,j',r}/P_{i,j,r} = v_{i,j',r}/\omega_{i,j,r}, \quad \forall i \in I_m, \quad m \in M, \quad r \in R, \\ j \in Q(j), \quad j' \in Q(j).$$

因此在行程 i 中旅客 r 在其他舱位 j 上的座位分配数为 $(v_{i,j',r}/\omega_{i,j,r})z_{i,r,j}$ 。

式 (11) 为目标函数, 表示航空公司利润最大化。其中, 第 1 项为航空公司的收益值, 即各个舱位的预计销售数量乘以对应的价格; 第 2 项为航空公司运营成本, 本文将飞行成本视为运营成本, 由飞行时间乘以单位飞行成本得到。式 (12) 为航班覆盖约束, 保证每个航班最多有一种机型执飞, 并且允许航空公司取消航班飞行。式 (13) 表示流平衡约束, 保证每个时空网络节点的飞机流量平衡。式 (14) 表示飞机数量约束, 保证源结点和汇聚节点的飞机数量相同且等于可用机型数量。式 (15)~式 (17) 可依据 Gallego 等^[12]关于 GAM 模型下的 CDLP 到 SBLP 的推导过程, 进行 Spiked-MNL 模型的公式推导。其中, 式 (15) 表示旅客到达约束, 在每个航空市场中选择外部选项的旅客和选择购买本航空公司产品的旅客数量之和等于到达的旅客总数; 式 (16) 表示需求容量约束, 对于任意一个航段来说, 旅客总分配座位数要小于等于这个航段执飞的飞机容量, 即航班飞机容量能够满足对应的旅客需求; 式 (17) 表示外部约束, 由于外部选项总是可选择的, 因此规定在行程中最低价产品可用总时间不能超过外部选项的总时间。式 (18)~式 (21) 表示决策变量约束, 即机型指派模型的决策变量为 0-1 变量, 经过弧 g 上机型 f 的数量、航空公司本航班上分配的座位数、旅客转移到外部选项的数量大于等于 0。

4 实例分析

4.1 数据准备

本文选择国内某航空公司的实际运营数据来说明所提出模型和算法的适用性, 该航空公司的每个航班提供 6 种舱位, 本文通过选择不同规模大小的网络来进行模型求解。

表 1 为实验数据的基本特征。本文首先选择 4 个枢纽网络, 每个航线网络里的航班数量、机场数量和产品数量不同, 机型类别和舱位等级数量相同, 其中网络 1~4 的规模依次增大; 航班数量表

示在相应航线网络中的航班数量, 其中包括直飞和中转航班; 机队规模表示机型类别数, 本文主要考虑机型中运营成本的不同; 产品数量表示行程和舱位等级的组合。

表 1 实验数据的属性特征
Table 1 Attributes features of experimental data

基本算例	航班数量/个	机场数量/个	机队规模/类	产品数量/个
网络 1	196	16	4	1 276
网络 2	424	44	4	4 360
网络 3	732	84	4	8 784
网络 4	1 280	96	4	17 920

表 2 为机队规模基本信息, 包括 4 种机型的座位容量和小时飞行成本。表 3 为网络 1 部分产品数据示例, 其中目的地括号内容为经停点; 不同舱位等级的价格、退改签费用、会员积分等不同; 距离航班起飞前 0 天的机票销售数量, 即航班起飞当天的舱位销售数量; NA 表示由于舱位售罄或者航空公司的舱位控制策略导致当天该舱位关闭, 不开放销售, 由于低价需求到达时间比高价需求到达时间早, 因此低价舱位关闭时间比高价舱位关闭时间早。

表 2 机队规模基本信息
Table 2 Basic information of aircraft fleet sizes

机型	座位容量/个	飞机数量/架	每小时飞行成本/元
Fleet1	126	22	40 140
Fleet2	138	39	42 090
Fleet3	160	25	49 762
Fleet4	200	12	56 280

表 4 为本文关于影响公商务和休闲旅客偏好关于起飞时间、舱位价格服务、是否直飞几个属性向量对应的线性向量值的设置, 其中加粗部分为最低价舱位对旅客的特殊吸引力。根据表中信息可初步得到产品对旅客的吸引力, 为了计算方便, 本文将市场运输产品对旅客吸引力的倒数作为该市场上的外部吸引力。表 5 为各个市场上的旅客在 30 d 内的平均到达率。

4.2 求解结果

本文所有的计算都是在处理器为 Intel (R) Core (TM) i5-8265U CPU @ 1.60 GHz 1.80 GHz, RAM 为 4.00GB 的计算机上进行, 模型求解采用 Python 语言进行接口编程, 调用 Gurobi9.5.1 优化器, 并设置最长求解时间为 7 200 s。表 6 是不同规模大小的航

表 3 网络 1 部分产品数据

Table 3 Partial product data of Network 1

出发地	目的地	起飞时间	到达时间	航班号	舱位等级	舱位价格/元	起飞前 0 d 销售数量/个		起飞前 30 d 销售数量/个
海口	广州	07:00	08:15	JL0001	U	518	NA		6
海口	广州	07:00	08:15	JL0001	G	820	NA		2
海口	广州	07:00	08:15	JL0001	H	1 005	NA		0
海口	广州	07:00	08:15	JL0001	K	1 250	NA		0
海口	广州	07:00	08:15	JL0001	L	1 640	2		0
海口	广州	07:00	08:15	JL0001	Y	2 100	1		0
.....									
海口	济南 (深圳)	07:35	14:30	JL0211	U	650	NA		3
海口	济南 (深圳)	07:35	14:30	JL0211	G	860	NA		1
海口	济南 (深圳)	07:35	14:30	JL0211	H	900	NA		1
海口	济南 (深圳)	07:35	14:30	JL0211	K	1 500	2		0
海口	济南 (深圳)	07:35	14:30	JL0211	L	2 250	1		0
海口	济南 (深圳)	07:35	14:30	JL0211	Y	3 860	0		0

表 4 公商务旅客和休闲旅客属性向量和线性向量设置

Table 4 Settings of attribute vectors and linear vectors for business passengers and leisure passengers

	属性向量	公商务旅客线性向量	休闲旅客线性向量
起飞时间	6:00—8:00	0.05	0.03
	8:00—12:00	0.4	0.45
	12:00—18:00	0.4	0.42
	18:00—20:00	0.1	0.08
	20:00—24:00	0.05	0.02
舱位	U	0.8	0.78
	G	0.1	0.12
	H	0.04	0.03
	K	0.03	0.04
	L	0.02	0.02
	Y	0.01	0.01
	直飞	0.9	0.8
	经停	0.1	0.2

表 5 市场到达率

Table 5 Arrival rates of different ODs

市场 (OD)	旅客到达率/(人·d ⁻¹)
海口—广州	4.72
广州—海口	4.83
海口—珠海	4.32
珠海—海口	4.51
...	...
海口—长沙	2.16
长沙—海口	2.33
海口—哈尔滨	3.24
哈尔滨—海口	4.11

线网络的计算结果, 表 7 和表 8 分别表示部分航班指派结果和舱位分配结果。

从表 6 可以得知, 在设置计算时间为 7 200 s 的情况下, 只有网络 1 的算例获得最优解, 其他网络算例存在一定的 GAP (最优值差), 同时从整数解与线性解可以得到其差值小于 6%, 说明模型较为科学。

从表 7 可以得知, 飞机座位容量能够满足市场上旅客需求, 并且使得航班客座率达到较高的水平。从表 8 舱位分配结果来看, 舱位等级最高的 L 舱分配结果并不是最多的, 这是因为考虑到旅客对其他低价舱位的需求比例较大, 为了避免航班客座率过低, 航空公司为其他舱位分配更多的座位。舱位等级最低的 U 舱分配结果较少, 这是因为虽然最低价旅客的需求较多, 但是过多的分配低等级舱位并不能给航空公司带来较多收益, 在需求较旺盛的海口—广州市场里分配更多的低价舱位反而会造成收益螺旋下降现象, 因此通过舱位控制使得最低价旅客需求转移至较高等级的舱位, 为舱位 G、H、K 分配较多的座位, 从而平衡运力供给和市场需求, 实现航班的高收益和高客座率。在联程航班 JL0007 上飞行航段海口—长沙承载行程为海口—哈尔滨和海口—长沙的旅客, 飞行航段长沙—哈尔滨承载行程为海口—哈尔滨和长沙—哈尔滨的旅客, 航空公司为海口—哈尔滨行程的旅客分配较多的座位数, 为其他行程的旅客分配较少的座位数, 这说

表 6 不同规模算例求解结果

Table 6 Solution results of different scale examples						
输入算例	行数	列数	线性解/元	整数解/元	GAP/%	计算时间/s
网络 1	5 990	6 336	4 163 993	3 955 793	0.00	1 390
网络 2	13 932	13 010	10 077 371	9 674 276	0.48	7 200
网络 3	25 978	22 380	12 896 866	12 509 960	1.20	7 200
网络 4	60 038	61 664	16 834 930	15 993 183	4.28	7 200

表 7 部分航班机型指派结果

Table 7 Assignment results of some aircraft fleets					
航班号	出发地	目的地	起飞时间	到达时间	机型
JL0001	海口	广州	07:00	08:15	Fleet2
JL0002	广州	海口	09:30	10:50	Fleet2
JL0003	海口	广州	09:00	10:15	Fleet2
JL0004	广州	海口	11:30	13:05	Fleet2
JL0005	海口	珠海	08:10	09:00	Fleet1
JL0006	珠海	海口	10:00	10:55	Fleet1
JL0007	海口	长沙	10:35	13:00	Fleet3
JL0008	长沙	哈尔滨	07:20	09:30	Fleet3
JL0009	哈尔滨	长沙	11:35	14:10	Fleet3
JL0010	长沙	海口	08:20	10:30	Fleet3

表 8 部分航班舱位分配结果

Table 8 Allocation results of some aircraft seats									
航班号	行程	舱位分配结果/个							总需求/个
		U	G	H	K	L	Y	外部	
JL0001	海口—广州	15	24	41	30	10	3	15	138
JL0002	广州—海口	6	33	30	44	7	4	12	136
JL0003	海口—广州	8	24	37	33	18	8	10	138
JL0004	广州—海口	10	20	35	42	20	6	5	138
JL0005	海口—珠海	14	22	31	27	13	3	16	126
JL0006	珠海—海口	16	20	28	35	14	2	11	126
JL0007	海口—长沙	9	5	14	14	6	2	13	63
JL0007	海口—哈尔滨	8	14	34	20	7	5	9	97
JL0007	长沙—哈尔滨	10	7	14	8	2	1	16	58
JL0008	哈尔滨—长沙	11	5	13	29	5	2	10	75
JL0008	哈尔滨—海口	9	12	14	21	9	2	8	75
JL0008	长沙—海口	7	9	15	26	12	1	15	85
JL0009	海口—杭州	14	25	34	28	20	4	13	138
JL0010	杭州—海口	13	21	32	37	25	6	4	138
.....									
JL0196	济南—海口	17	12	15	20	14	2	12	92

明基于市场中旅客需求的预测来为联程航班上的旅客分配较多座位能够增加航空公司的收益。

4.2.1 联合模型与独立模型收益对比

为了说明联合模型的优越性，进一步将联合模型在 4 个网络规模算例下的利润值和独立模型对比。本文将独立模型定义为先进行机型指派后进行收益管理的模型，其中机型指派模型为 FAM 经典模型，收益管理模型为 SBLP 模型，即联合模型中

的收益管理部分，计算结果如图 1 所示，联合模型比独立模型的收益平均高出 5%。因此本文提出的联合模型在没有舱位容量限制之后能够更好地根据旅客需求实施舱位控制策略，帮助航空公司捕捉更多的旅客需求，提高航班收益。

4.2.2 不同机队规模收益对比

本文比较了不同规模的网络算例分别在 3 个机队规模下的收益表现，如图 2 所示。

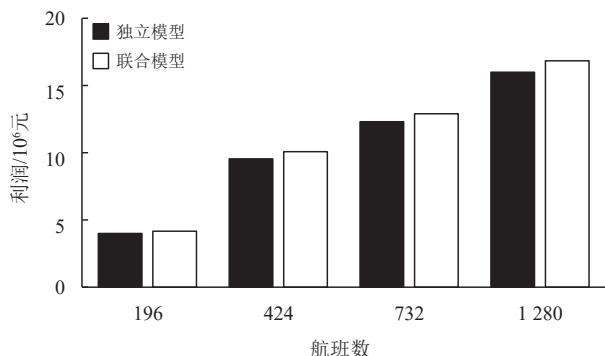


图1 4种航班数分别在独立模型和联合模型下的利润

Figure 1 Profit of 4 different flight numbers in the independent and joint models

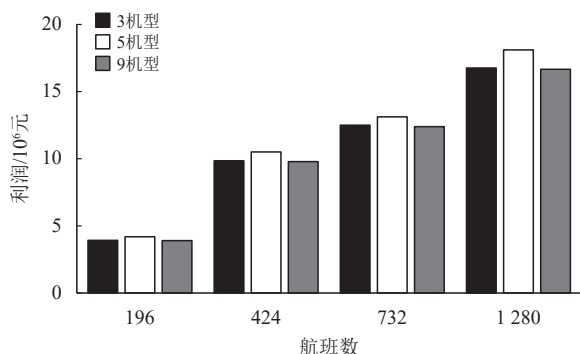


图2 4种航班数在不同机型类别下的利润比较

Figure 2 Profit comparison of 4 different flight numbers with different fleet types

计算结果说明, 在相同规模的航线网络中, 5机型的收益效果最好, 9机型的收益效果最差。其中5机型带来的收益比3机型带来的收益平均高出6.6%, 比9机型带来的收益平均高出7.3%。并且市场规模越小, 5机型的收益效果更显著, 这是由于5机型相较于3机型能够提供给旅客更多的选择, 联合模型根据旅客在航段上的实际需求选择经济性最高的机型进行匹配, 这能够减少旅客的溢出成本, 增加航空公司座位收益。但是9机型带来更多的运营成本、机组成本和维修成本的投入, 因此表现出来的利润效果反而最不理想。

4.2.3 不同需求预测模型收益对比

以网络1算例为例, 本文进一步研究不同市场规模中基于MNL、GAM、Spiked-MNL 3种模型的需求估计结果在收益管理和机型指派联合模型的收益表现, 并比较了Spiked-MNL相对于GAM和MNL联合模型的利润增长率, 3种联合模型的收益结果如图3所示。

本文通过变化需求系数 ζ 来表示市场规模的大

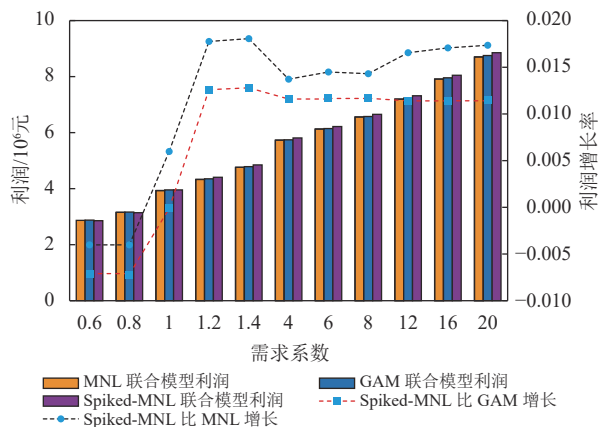


图3 不同市场规模下3种旅客需求估计模型的收益表现

Figure 3 Revenue performance of three passenger demand estimation models across different market sizes

小, 并设置需求系数的变化范围为0.6~20, 当市场规模低于原市场规模的0.6倍时产生的利润是负值, 不适合安排航班; 当市场规模高于原市场规模的20倍时, 应考虑通过增加航班架次满足需求, 不在本文研究范畴。

计算结果表明, Spiked-MNL联合模型能够更好地反映旅客的真实购买行为, 比GAM联合模型平均高出0.7%的利润, 比MNL模型高出1.2%的利润。3种需求估计模型下的利润值相近, 随着需求规模的增大, 利润值都增加。当市场规模较小时, GAM联合模型的收益效果较好, 这是因为GAM模型能够捕捉到溢出的旅客, 因此航空公司会开放低价舱位吸引溢出旅客, 而MNL模型对旅客需求有过高的估计, 即旅客在需求得不到满足时会全部转移到其他舱位中, 所以航空公司长时间地开放高等级舱位, 但是实际上旅客存在转移到外部选择的可能性, 因此航空公司会损失部分旅客收益。Spiked-MNL模型在小规模市场中开放过多的低价票, 导致在需求量小、飞行成本高的运营条件下获得的收益最少。当市场规模较大时, 由于MNL模型对旅客需求的乐观估计, 更多的高等级舱位能够被旅客接受, 此时MNL模型和GAM模型的利润值接近。Spiked-MNL模型随着市场规模的增大收益效果变好, 当市场规模超过原市场规模的1.2倍时, Spiked-MNL模型比其他2个需求估计模型收益值高, 说明现实中旅客在考虑的舱位集中更倾向于选择最便宜的产品, 低价舱位对旅客的高吸引力能够减少旅客的溢出行为。

综上所述, Spiked-MNL模型关于旅客低价驱

动购买行为的考虑是合理的,对旅客潜在真实需求的估计相较于 MNL 模型和 GAM 模型更为准确,当市场规模足够大时带给航空公司的期望收益值最高,说明 Spiked-MNL 模型在需求部分能够吸引足够的旅客,在联合模型中的收益管理部分卖出更多数量的舱位,产生较大的收益。在供给部分,在捕捉到更多旅客的情况下航空公司可以获得较高的客座率,通过联合模型中的机型指派部分选择经济适用性更好的大机型,因此 Spiked-MNL 联合模型提高了航空公司的收益水平。

5 结论

本文首先考虑旅客对低价舱位需求的特殊偏好,建立旅客选择模型,根据航空公司运输产品对旅客的吸引力来计算旅客选择产品概率;进而得到旅客购买需求,同时利用极大似然估计和最小二乘法估计旅客在历史航班上的潜在真实需求。之后通过建立收益管理和机型指派联合模型消除传统收益管理中关于舱位容量固定的假设,考虑联程航班中不同市场的旅客需求重新分配问题,根据 Spiked-MNL 模型中计算得到的旅客需求估计结果进行收益管理。针对联合模型中的收益管理部分,本文对产品对旅客的吸引力估计值进行数学推导,将传统的 CDLP 模型转换为 SBLP 模型,减少变量数量,便于求解航空公司网络中的大规模混合整数规划问题,最终得到航段中旅客座位分配结果;针对机型指派部分,本文采用经典 FAM 模型,通过对潜在需求的确定性估计选择合适的机型指派到航线市场上,保证供需平衡,减少旅客溢出损失成本,最终得到飞机指派结果。

为了验证模型有效性和在实际应用中的可行性,本文选择某航空公司的实际运营数据进行计算分析。实验结果表明,本文提出的联合模型能够较好地解决具有大量联程航班的航线网络收益管理问题,相比于单独考虑收益管理和机型指派具有更高的收益,平均高出 5% 的利润。为了进一步验证模型的可靠性,本文对比不同选择模型下的联合模型在不同需求规模中的收益效果,发现总体上 Spiked-MNL 模型相比其他选择模型在实际运营数据中收益表现最好,比 GAM 模型平均高出 0.7% 的利润,比 MNL 模型高出 1.2% 的利润,因此考虑旅客对低价舱位的偏好具有现实意义,能够提高航空公司的收益水平。此外,本文对比了不同机队规模在不同

算例规模下的联合模型,发现机队规模和收益并不是正相关的,本文仅考虑了 3 种机队规模的收益分析,未来将进一步研究最大收益下的机队规模。

参考文献:

- [1] HANE C A, BARNHART C. The fleet assignment problem: solving a large-scale integer program[J]. *Mathematical Programming*, 1995, 70: 211-232.
- [2] LITTLEWOOD K. Forecasting and control of passenger bookings[J]. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 2005, 4: 111-123.
- [3] CAO Y, KLEYWEGT A, WANG H. Network revenue management under a spiked multinomial logit choice model[J]. *Operations Research*, 2022, 70(4): 2237-2253.
- [4] LEE H, EUN Y. Discovering heterogeneous consumer groups from sales transaction data[J]. *European Journal of Operational Research*, 2020, 280(1): 338-350.
- [5] WEI K, VAZE V, JACQUILLAT A. Airline timetable development and fleet assignment incorporating passenger choice[J]. *Transportation Science*, 2020, 54(1): 139-163.
- [6] VAN RYZIN G, VULCANO G. An expectation-maximization method to estimate a rank-based choice model of demand[J]. *Operations Research*, 2017, 65(2): 396-407.
- [7] 闫振英, 王宇, 韩宝明, 等. 基于偏好序的高铁票价与售票时间窗联合优化[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2022, 22(5): 164-173.
YAN Zhenying, WANG Yu, HAN Baoming, et al. Joint optimization of ticket price and ticket time window for high-speed railway based on preference order choice[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2022, 22(5): 164-173.
- [8] 朱晗, 张敏, 唐加福. 基于强化学习的需求分布未知情境下酒店客房动态定价研究[J]. *系统工程理论与实践*, 2023, 43 (2): 509-523.
ZHU Han, ZHANG Min, TANG Jiafu. Dynamic pricing of hotel rooms based on reinforcement learning with unknown demand distribution [J]. *Systems Engineering—Theory & Practice*, 2019, 43(2): 509-523.
- [9] BIROLINI S, ANTUNES A P, CATTANEO M, et al. Integrated flight scheduling and fleet assignment with improved supply-demand interactions[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2021, 149: 162-180.
- [10] YAN C, BARNHART C, VAZE V. Choice-based airline schedule design and fleet assignment: a decomposition approach[J]. *Transportation Science*, 2022, 56(6): 1410-1431.
- [11] BIAN Q, SONG L. Optimisation of airline dynamic multileg capacity control problem considering competition from high-speed rail[J/OL]. *Journal of Advanced Transportation*, 2022, 2022: (2022-04-28) . <https://doi.org/10.1155/2022/3093262>.
- [12] GALLEGO G, RATLIFF R S S. A general attraction model and sales-based linear program for network revenue management under customer choice[J]. *Operations Research*, 2015, 63(1): 212-232.