

doi: 10.3969/j.issn.1007-7375.230184

属性权重未知情形下基于公众双重评价的 多属性大群体决策方法

蔡晨光¹, 邹浩²

(湖南财政经济学院 1. 会计学院; 2. 工商管理学院, 湖南 长沙 410205)

摘要: 针对属性权重未知的重大民生决策事项, 提出了一种基于公众双重评价的多属性大群体决策方法。首先, 根据公众给出的双重评价信息确定各方案的属性值和整体表现情况。然后分别计算各方案属性值与认可度之间、属性值与非认可度之间的关联水平, 根据两类关联度测度结果确定属性权重的取值区间。以所有方案属性值的信息离差度最小化为目标构建优化模型确定属性权重。利用 TOPSIS 法对方案进行排序, 确定最优方案。最后通过算例对本文提出的方法进行验证。根据算例验证结果可知, 本文提出的方法可以将公众评价信息融入决策活动之中, 以此为依据确定相关决策信息和属性权重, 使得决策结果能够充分反映民意, 确保决策的有效性。

关键词: 公众评价; 大群体; 多属性; 决策

中图分类号: F406; C934

文献标志码: A

文章编号: 1007-7375(2024)06-0051-08

A Multi-attribute Large Group Decision-making Method Based on Public Dual Valuation with Unknown Attribute Weights

CAI Chenguang¹, ZOU Hao²

(1. School of Accounting; 2. School of Business Administration,
Hunan University of Finance and Economics, Changsha 410205, China)

Abstract: For decision-making matters of major public livelihood with unknown attribute weights, a multi-attribute large group decision-making method based on public dual valuation is proposed. Firstly, attribute values and overall performance over different alternatives are determined based on the dual evaluation given by the public. Secondly, two kinds of correlation degrees are calculated separately: one is the correlation degree between attribute values and approval ratings, the other is the correlation degree between attribute values and non-approval ratings. According to the two measurement results of correlation degrees, the interval of attribute weights is determined. Thirdly, an optimization model is established with the objective of minimizing attribute deviations over all alternatives to obtain the attribute weights. The TOPSIS method is used to sort the alternatives and determine the optimal one. Finally, a numerical example is given to verify the proposed method in this paper. Verification results of the numerical example indicate that the method proposed in this paper can integrate public evaluation information into the decision-making process, which determines relevant decision-making information and attribute weights accordingly, ensuring that the decision results can fully reflect public opinions and guaranteeing decision effectiveness.

Key words: public evaluation; large group; multi-attribute; decision-making

重大民生事项涵盖教育、医疗、通讯、运输等多个领域, 与广大公众的生产生活息息相关。这些事项社会影响力大, 公众关注程度高, 一旦出现决策

失误, 很容易产生公众舆情, 甚至爆发群体性事件。为了保障重大民生事项实施的有效性, 在进行事项决策时必须充分搜集公众对于重大民生事项的

收稿日期: 2023-10-05

基金项目: 湖南省社会科学基金资助项目 (19YBQ113)

作者简介: 蔡晨光 (1987—), 男, 河北省人, 副教授, 博士, 主要研究方向为决策模型理论与方法、风险管理。

Email: ccg169@126.com

评价信息, 根据公众给出的评价信息对重大民生事项进行决策, 最大程度降低社会风险爆发的可能性^[1-2]。

通过梳理已有文献可知, 决策环境下公众给出的评价信息具有数量规模大^[3-4]、主观性强^[5-6]、离散程度高^[7-8]等特点, 因此在决策时必须充分考虑公众评价信息特征对决策活动的影响, 无形之中增加了决策问题的处理难度。公众评价信息按照评价的侧重点不同可以划分为两类: 一类是公众属性评价价值, 即公众针对备选方案各属性的表现情况给出的评价信息^[9]; 另一类是方案整体评价价值, 即公众针对备选方案的整体实施效果给出的评价信息^[10]。两类评价信息从不同角度反映了公众对于决策对象的意见和看法, 为决策活动提供重要的参考信息。然而, 目前决策方法同时考虑上述两类公众评价信息的研究鲜有报道, 因此设计一套综合考虑公众双重评价信息的决策方法对于重大民生决策事项很有必要。此外, 由于重大民生决策问题通常涉及多个属性, 因此确定合理的属性权重也是该类型决策问题需要关注的重要内容。

根据已有研究成果可知, 当前属性权重确定方法主要分为两类: 一类是主观赋权法, 该类方法主要是根据决策者给出的属性重要性主观判断意见来确定权重, 代表性方法有层次分析法 (the analytic hierarchy process, AHP)^[11]和网络分析法 (analytic network process, ANP)^[12]; 另一类是客观赋权法, 该类方法主要是根据属性值的分布或离散特征来确定权重, 代表性方法包括熵权法^[13]和离差最大法^[14]等。决策问题具有多样性, 决策背景和决策要求不同, 所选择属性赋权方法也有所不同。重大民生事项要求在决策时要充分考虑民意, 因此在该类型决策问题进行属性赋权时需要以公众评价信息作为赋权的重要依据, 根据公众评价信息的具体内容和分布特点确定属性权重。已有文献中考虑公众评价信息的属性赋权方法较少, 因此如何对已有赋权方法进行改进与优化, 将公众评价信息作为赋权依据引入到属性赋权活动之中, 使之满足重大民生事项的决策需要, 有待继续探索。

针对上述分析, 本文以重大民生事项为研究对象, 提出一种基于公众双重评价的多属性大群体决策方法。本方法以公众双重评价信息为依据确定属性值和方案整体表现情况, 将灰色关联度法和最小偏差法相结合确定属性权重, 利用优劣解距离法 (technique for order preference by similarity to an ideal solution, TOPSIS) 对备选方案进行排序, 确定最优方案。

1 预备知识

定义 1^[15] 设 $S = \{s_\alpha | \alpha = 0, 1, \dots, \tau - 1\}$ 为语言术语集合, 其中 s_α 表示为一个语言术语, α 为语言等级, τ 为标度系数, $\tau > 0$, 且 τ 为正整数。对于任意语言标度元素 s_α 与其下标 α 之间存在严格单调的递增关系。

定义 2^[16] 设 $S = \{s_\alpha | \alpha = 0, 1, \dots, \tau - 1\}$ 为语言术语集合, 概率语言数表示为

$$L(p) = \left\{ s_\alpha^{(k)}(p^{(k)}) \mid s_\alpha^{(k)} \in S, p^{(k)} \geq 0, k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K p^{(k)} \leq 1 \right\}. \quad (1)$$

其中, $s_\alpha^{(k)}(p^{(k)})$ 表示第 k 个语言术语 $s_\alpha^{(k)}$ 的概率为 $p^{(k)}$, 且满足 $0 < p^{(k)} \leq 1$, K 是概率语言数 $L(p)$ 中所含语言术语的总个数。 $s_\alpha^{(k)}(p^{(k)})$ 为 1 个概率语言项元素。

当 $\sum_{k=1}^K p^{(k)} = 1$ 时, 满足概率分布的性质; 当 $\sum_{k=1}^K p^{(k)} < 1$ 时, 部分信息被忽略, 需要对其进行标准化处理。

定义 3^[17] 设 $L(p) = \left\{ s_\alpha^{(k)}(p^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K p^{(k)} < 1 \right\}$ 是一个概率语言数, 标准化的概率语言数为

$$\hat{L}(p) = \left\{ s_\alpha^{(k)}(\hat{p}^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K \hat{p}^{(k)} = 1 \right\}. \quad (2)$$

$$\text{其中, } \hat{p}^{(k)} = p^{(k)} / \sum_{k=1}^K p^{(k)}.$$

定义 4 设 $\hat{L}_1(p) = \left\{ s_\alpha^{1(c)}(\hat{p}^{1(c)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K \hat{p}^{1(c)} = 1 \right\}$ 和 $\hat{L}_2(p) = \left\{ s_\alpha^{2(c)}(\hat{p}^{2(c)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K \hat{p}^{2(c)} = 1 \right\}$ 为两个标准化概率语言数, 假设 $\hat{L}_1(p)$ 和 $\hat{L}_2(p)$ 通过调整后具有相同概率集 $P = \{\hat{p}^{*(1)}, \hat{p}^{*(2)}, \dots, \hat{p}^{*(C)}\}$ (具体调整方法参考文献[18]), 调整后的概率语言数分别为

$$\hat{L}_1^*(p) = \left\{ s_\alpha^{1(c)}(\hat{p}^{*(c)}) \mid c = 1, 2, \dots, C, \sum_{c=1}^C \hat{p}^{*(c)} = 1 \right\} \text{ 和 } \hat{L}_2^*(p) = \left\{ s_\alpha^{2(c)}(\hat{p}^{*(c)}) \mid c = 1, 2, \dots, C, \sum_{c=1}^C \hat{p}^{*(c)} = 1 \right\}.$$

$\hat{L}_1^*(p)$ 和 $\hat{L}_2^*(p)$ 之间的距离为

$$d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_2^*(p)) = \sqrt{\sum_{c=1}^C \hat{p}^{*(c)} \left(\frac{\alpha^{1(c)} - \alpha^{2(c)}}{\tau - 1} \right)^2}. \quad (3)$$

其中, $\alpha^{1(c)}$ 和 $\alpha^{2(c)}$ 分别为调整后的语言术语 $s_\alpha^{1(c)}$

和 $s_\alpha^{2(c)}$ 的标度。 $d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_2^*(p))$ 的值越大, $\hat{L}_1^*(p)$ 和 $\hat{L}_2^*(p)$ 之间的距离越大。

定理 1 $d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_2^*(p))$ 满足下列性质:

- 1) 有界性: $0 \leq d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_2^*(p)) \leq 1$;
- 2) 对称性: $d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_2^*(p)) = d(\hat{L}_2^*(p), \hat{L}_1^*(p))$;
- 3) 自反性: $d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_1^*(p)) = 0$ 。

证明

1) 有界性。已知 $s_\alpha^{1(c)}, s_\alpha^{2(c)} = 0, 1, 2, \dots, \tau - 1$, 易得 $-(\tau - 1) \leq s_\alpha^{1(c)} - s_\alpha^{2(c)} \leq \tau - 1$, 可推出 $0 \leq \left(\frac{s_\alpha^{1(c)} - s_\alpha^{2(c)}}{\tau - 1} \right)^2 \leq 1$,

又已知 $0 < p^{*(c)} \leq 1$ 且 $\sum_{c=1}^C \hat{p}^{*(c)} = 1$, 故有

$$0 \leq \sum_{c=1}^C \hat{p}^{*(c)} \left(\frac{s_\alpha^{1(c)} - s_\alpha^{2(c)}}{\tau - 1} \right)^2 \leq 1,$$

进而推出 $0 \leq d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_2^*(p)) \leq 1$ 。证毕。

2) 对称性。因为 $\left(\frac{\alpha^{1(c)} - \alpha^{2(c)}}{\tau - 1} \right)^2 = \left(\frac{\alpha^{2(c)} - \alpha^{1(c)}}{\tau - 1} \right)^2$, 故

$$\text{可推出 } \sqrt{\sum_{c=1}^C \hat{p}^{*(c)} \left(\frac{\alpha^{1(c)} - \alpha^{2(c)}}{\tau - 1} \right)^2} = \sqrt{\sum_{c=1}^C \hat{p}^{*(c)} \left(\frac{\alpha^{2(c)} - \alpha^{1(c)}}{\tau - 1} \right)^2},$$

即 $d(\hat{L}_1^*(p), \hat{L}_2^*(p)) = d(\hat{L}_2^*(p), \hat{L}_1^*(p))$ 。证毕。

3) 自反性显然成立, 证明过程略。

定义 5^[19] 设 $\hat{L}(p) = \left\{ s_\alpha^{(k)}(\hat{p}^{(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K \hat{p}^{(k)} = 1 \right\}$ 是一个标准化的概率语言数, $\alpha^{(k)}$ 为语言术语 $s_\alpha^{(k)}$ 的下标, 则 $\hat{L}(p)$ 的分数定义为

$$E(\hat{L}(p)) = s_{\bar{\alpha}} \tag{4}$$

$$\text{其中, } \bar{\alpha} = \sum_{k=1}^K \alpha^{(k)} \hat{p}^{(k)}.$$

定义 6^[19] 标准化概率语言数 $\hat{L}(p)$ 的离差函数为

$$\sigma(\hat{L}(p)) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \hat{p}^{(k)} \left(\frac{\alpha^{(k)} - \bar{\alpha}}{\tau - 1} \right)^2} \tag{5}$$

其中, $\sigma(\hat{L}(p)) \geq 0$ 。 $\sigma(\hat{L}(p))$ 的值越大, $\hat{L}(p)$ 的数值离散水平越高。

2 方法原理

2.1 问题描述

设某重大民生事项的备选方案集合 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_M\}$, 属性集合 $O = \{o_1, o_2, \dots, o_N\}$, 属性权重 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)^T$, $0 \leq \omega_j \leq 1$, $\sum_{j=1}^N \omega_j = 1$ 。组织 H 个

公众个体利用集合 S 中的语言术语对备选方案各个属性的表现情况进行评价。公众针对方案 m 中属性 j 给出的评价涉及 K 个语言术语, 根据语言术语的标度大小对 K 个语言术语进行升序排列, 其中, 第 k 个语言术语为 $s_\alpha^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, K$ 。以语言术语 $s_\alpha^{(k)}$ 对该属性进行评价的公众人数为 $h_j^{m(s_\alpha^{(k)})}$, $m = 1, 2, \dots, M$, $0 \leq h_j^{m(s_\alpha^{(k)})} \leq H$, $0 \leq \sum_{k=1}^K h_j^{m(s_\alpha^{(k)})} \leq H$ 。组织 F 个公众个体对方案的整体表现进行评价, 其中认为方案 m 的整体表现能够被认可的公众人数为 f_m^1 , $0 \leq f_m^1 \leq F$, 认为方案 m 的整体表现不能被认可的公众人数为 f_m^2 , $0 \leq f_m^2 \leq F$, $0 \leq f_m^1 + f_m^2 \leq F$ 。本文所要解决的问题是如何根据上述双重公众评价信息确定各个方案的属性值 y_j^m 、方案认可度 v_m^1 、方案非认可度 v_m^2 和属性权重 ω_j , 进而得到备选方案的排序结果。

2.2 基于公众评价信息确定属性值和方案整体表现

2.2.1 属性值的确定

对方案 m 中关于属性 j 的公众评价信息按照语言术语进行分类统计, 根据统计结果确定各语言术语的概率, 得到概率语言数形式的属性值, 如式 (6) 所示。

$$r_j^m = \left\{ s_\alpha^{(k)}(p_j^{m(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K p_j^{m(k)} \leq 1 \right\} \tag{6}$$

其中, $p_j^{m(k)} = h_j^{m(s_\alpha^{(k)})} / H$ 。

利用定义 3 将属性值 r_j^m 进行标准化处理, 标准化后的属性值 \hat{r}_j^m 为

$$\hat{r}_j^m = \left\{ s_\alpha^{(k)}(\hat{p}_j^{m(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K \hat{p}_j^{m(k)} = 1 \right\} \tag{7}$$

其中, $\hat{p}_j^{m(k)} = p_j^{m(k)} / \sum_{k=1}^K p_j^{m(k)}$ 。

2.2.2 方案整体表现的确定

根据公众给出的方案整体表现评价信息确定各个方案的整体效果。其中, 公众对于方案 m 的认可度为

$$v_m^1 = f_m^1 / F \tag{8}$$

其中, $0 \leq v_m^1 \leq 1$ 。 v_m^1 的值越大, 公众对于方案 m 的认可度就越高。

同理, 公众对于方案 m 的非认可度为

$$v_m^2 = f_m^2 / F \tag{9}$$

其中, $0 \leq v_m^2 \leq 1$ 。 v_m^2 的值越大, 公众对于方案 m 的非认可度就越高。

2.3 属性权重的确定

2.3.1 方案属性值与方案认可度之间的关联度计算

已知方案 m 中属性 j 能够取到的最小语言术语为 s_0 ，当该属性值取 s_0 的概率为 1 时，该属性值在取值范围内达到最小，以概率语言数可表示为 $r_j^{\min} = \{s_0(1)\}$ 。为了便于后续 \hat{r}_j^m 和 r_j^{\min} 的距离计算，基于文献[18]的思想，将 r_j^{\min} 调整为与 \hat{r}_j^m 具有相同概率集的概率语言数（见式 (10)）。

$$r_j^{\min} = \left\{ s_0(\hat{p}_j^{m(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K \hat{p}_j^{m(k)} = 1 \right\}. \quad (10)$$

利用式 (11) 计算 \hat{r}_j^m 与 r_j^{\min} 之间的距离。

$$d(\hat{r}_j^m, r_j^{\min}) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \hat{p}_j^{m(k)} \left(\frac{\alpha^{(k)} - \alpha^{\min}}{\tau - 1} \right)^2}. \quad (11)$$

其中， $\alpha^{(k)}$ 和 α^{\min} 分别为 $s_\alpha^{(k)}$ 和 s_0 的语言术语标度。因为 r_j^{\min} 为方案 m 中属性 j 可取的最小值，故可推导出 $d(\hat{r}_j^m, r_j^{\min})$ 的值越大，表明 \hat{r}_j^m 与 r_j^{\min} 的距离越大， \hat{r}_j^m 的数值就越大。因此，可利用 $d(\hat{r}_j^m, r_j^{\min})$ 的值反映 \hat{r}_j^m 的数值大小。以方案认可度 v_m^1 为参考值，通过计算 $d(\hat{r}_j^m, r_j^{\min})$ 与 v_m^1 之间的灰色关联系数 ξ_j^{m1} 反映属性值 \hat{r}_j^m 与公众认可度 v_m^1 之间的正向关联度，如式 (12) 所示。

$$\xi_j^{m1} = \frac{\min_m \min_j (\Delta_j^{m1}) + \rho \max_m \max_j (\Delta_j^{m1})}{\Delta_j^{m1} + \rho \max_m \max_j (\Delta_j^{m1})}. \quad (12)$$

其中， $\Delta_j^{m1} = |d(\hat{r}_j^m, r_j^{\min}) - v_m^1|$ ， ρ 为分辨系数， $0 \leq \rho \leq 1$ 。由于 $0 \leq \Delta_j^{m1} \leq 1$ ，易证 $0 \leq \xi_j^{m1} \leq 1$ 。

利用式 (13) 计算所有方案关于属性 j 的数值与公众认可度之间的正向关联度。

$$\xi_j^1 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \xi_j^{m1}. \quad (13)$$

ξ_j^1 的值越大，表明所有方案关于属性 j 的数值与公众认可度之间的正向关联度就越大。

2.3.2 方案属性值与方案非认可度之间的关联度计算

已知方案 m 中属性 j 能够取到的最大语言术语为 $s_{\tau-1}$ ，当该属性值取 $s_{\tau-1}$ 的概率为 1 时，该属性值在取值范围内达到最大，以概率语言数可表示为 $r_j^{\max} = \{s_{\tau-1}(1)\}$ 。为了便于后续 \hat{r}_j^m 和 r_j^{\max} 的距离计算，基于文献[18]的思想，将 r_j^{\max} 调整为与 \hat{r}_j^m 具有相同概率集的概率语言数，如式 (14) 所示。

$$r_j^{\max} = \left\{ s_{\tau-1}(\hat{p}_j^{m(k)}) \mid k = 1, 2, \dots, K, \sum_{k=1}^K \hat{p}_j^{m(k)} = 1 \right\}. \quad (14)$$

利用式 (15) 计算 \hat{r}_j^m 与 r_j^{\max} 之间的距离。

$$d(\hat{r}_j^m, r_j^{\max}) = \sqrt{\sum_{k=1}^K \hat{p}_j^{m(k)} \left(\frac{\alpha^{(k)} - \alpha^{\max}}{\tau - 1} \right)^2}. \quad (15)$$

其中， $\alpha^{(k)}$ 和 α^{\max} 分别为 $s_\alpha^{(k)}$ 和 $s_{\tau-1}$ 的语言术语标度。因为 r_j^{\max} 为方案 m 中属性 j 可取的最大值，故可推出 $d(\hat{r}_j^m, r_j^{\max})$ 的值越大，表明 \hat{r}_j^m 与 r_j^{\max} 的距离越大， \hat{r}_j^m 的数值就越小。因此，可利用 $d(\hat{r}_j^m, r_j^{\max})$ 反映 \hat{r}_j^m 的数值大小。以方案非认可度 v_m^2 为参考值，通过计算 $d(\hat{r}_j^m, r_j^{\max})$ 与 v_m^2 之间的灰色关联系数 ξ_j^{m2} 反映属性值 \hat{r}_j^m 与公众非认可度 v_m^2 之间的负向关联度，如式 (16) 所示。

$$\xi_j^{m2} = \frac{\min_m \min_j (\Delta_j^{m2}) + \rho \max_m \max_j (\Delta_j^{m2})}{\Delta_j^{m2} + \rho \max_m \max_j (\Delta_j^{m2})}. \quad (16)$$

其中， $\Delta_j^{m2} = |d(\hat{r}_j^m, r_j^{\max}) - v_m^2|$ 。由于 $0 \leq \Delta_j^{m2} \leq 1$ ，易证 $0 \leq \xi_j^{m2} \leq 1$ 。

利用式 (17) 计算所有方案关于属性 j 的数值与公众非认可度之间的负向关联度。

$$\xi_j^2 = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \xi_j^{m2}. \quad (17)$$

ξ_j^2 的值越大，表明所有方案关于属性 j 的数值与公众非认可度之间的负向关联度就越大。

2.3.3 确定属性权重

设属性权重为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)^T$ ，所有方案中关于属性 j 的数值与公众认可度 ξ_j^1 或非认可度 ξ_j^2 的关联性越大，说明该属性对应的数值与方案整体表现效果之间的联系越紧密，故该属性就应被赋予更高的权重。故根据 ξ_j^1 和 ξ_j^2 的数值确定属性 j 的权重区间 $\omega_j = [\omega_j^l, \omega_j^u]$ ，如式 (18) 所示。

$$\begin{cases} \omega_j^l = \min(\omega_j^1, \omega_j^2); \\ \omega_j^u = \max(\omega_j^1, \omega_j^2); \\ \omega_j^1 = \xi_j^1 / \sum_{j=1}^N \xi_j^1; \\ \omega_j^2 = \xi_j^2 / \sum_{j=1}^N \xi_j^2. \end{cases} \quad (18)$$

对于标准化属性值 \hat{r}_j^m 而言， \hat{r}_j^m 的离差水平 $\sigma(\hat{r}_j^m)$ 反映了该属性值的不确定程度。为了减少属性值不确定性对决策结果的影响，以所有方案属性值离差最小化为目标构建优化模型确定属性权重，如式

(19) 所示。

$$\min \Delta = \sum_{m=1}^M \sum_{j=1}^N \sigma(\hat{r}_j^m) \omega_j \quad (19)$$

s.t.

$$\begin{cases} \omega_j^l \leq \omega_j \leq \omega_j^u; \\ \sum_{j=1}^N \omega_j = 1. \end{cases}$$

综上所述, 决策方法的具体步骤如下。

步骤 1 根据式 (6) 确定各个方案的概率语言型属性值 r_j^m , 并利用定义 3 进行标准化处理, 规范化后的方案属性值为 \hat{r}_j^m 。

步骤 2 利用式 (8) 和式 (9) 分别确定方案 m 的公众认可度 v_m^1 和非认可度 v_m^2 。

步骤 3 利用式 (10)~(13) 计算属性值与方案认可度之间关联度 ξ_j^{m1} , 利用式 (14)~(17) 计算属性值与方案非认可度关联度 ξ_j^{m2} , 利用式 (18) 确定属性权重取值范围 $\omega_j = [\omega_j^l, \omega_j^u]$ 。

步骤 4 基于模型 (式 (19)) 确定属性权重 ω_j 。

步骤 5 利用式 (20) 计算各个备选方案的 TOPSIS 值, 根据 TOPSIS 的计算结果对所有方案进行排序。

$$S(z_m) = \frac{\sum_{j=1}^N \omega_j d(\hat{r}_j^m, r_j^{\min})}{\sum_{j=1}^N \omega_j d(\hat{r}_j^m, r_j^{\max}) + \sum_{j=1}^N \omega_j d(\hat{r}_j^m, r_j^{\min})} \quad (20)$$

步骤 6 确定最优方案, 决策活动完成。

3 算例分析

中部某省会城市拟启动一项大型棚改工程, 涉及居民 1 万余户, 搬迁人数高达 4 万余人。根据当地现有土地资源和未来城市发展规划, 结合搬迁居民的实际需要, 经讨论后形成 6 个安置方案, 如下所示。

方案 1 在距原住址 10 km 城北方向建造 12 层小高层建筑 14 栋用于安置;

方案 2 在距原住址 8 km 城南方向建造 31 层高层建筑 10 栋用于安置;

方案 3 在距原住址 15 km 城西方向建造 7 层建筑 20 栋用于安置;

方案 4 在距原住址 7 km 城东方向建造 40 层高层建筑 6 栋用于安置;

方案 5 在距原住址 8 km 开发区方向建造 31 层高层建筑 10 栋用于安置;

方案 6 在距原住址 8 km 开发区方向建造 40 层高层建筑 6 栋用于安置。

选取 4 个属性对上述 6 套方案进行评价, 4 个属性分别为周边配套商业水平 (g_1)、出行便利程度 (g_2)、居住环境质量 (g_3) 和学区满意度 (g_4)。公众个体以语言术语形式对备选方案在不同属性中的表现情况进行评价。语言标度系数 $\tau = 7$, 已知参与方案属性评价的公众人数为 10 000 人, 公众关于不同方案的属性评价信息如表 1 所示 (其中部分公众评价数据省略)。

基于表 1 对公众给出的方案属性评价信息进行统计, 得到各方案的属性评价信息分布情况, 如表 2 所示。

表 1 关于不同方案的公众属性评价信息

Table 1 Public attribute evaluation information of different alternatives

方案	序号	属性 1	属性 2	属性 3	属性 4
1	1	s_6	s_4	s_4	s_5
	2	s_3	s_4	s_4	s_4

	9 999	s_5	s_4	s_4	s_4
	10 000	s_4	s_6	s_6	s_4
2	1	s_6	s_4	s_5	s_4
	2	s_5	s_4	s_6	s_6

	9 999	s_3	s_5	s_3	s_4
	10 000	s_4	s_6	s_5	s_5
3	1	s_4	s_4	s_4	s_4
	2	s_4	s_6	s_4	s_6

	9 999	s_5	s_5	s_6	s_5
	10 000	s_4	s_5	s_5	s_5
4	1	s_5	s_6	s_6	s_4
	2	s_4	s_6	s_4	s_4

	9 999	s_5	s_6	s_6	s_5
	10 000	s_4	s_6	s_5	s_4
5	1	s_4	s_4	s_5	s_4
	2	s_4	s_6	s_4	s_6

	9 999	s_5	s_4	s_6	s_5
	10 000	s_4	s_5	s_5	s_5
6	1	s_5	s_6	s_6	s_4
	2	s_5	s_6	s_4	s_4

	9 999	s_5	s_6	s_6	s_5
	10 000	s_4	s_6	s_5	s_4

基于表 2 中的方案属性评价利用式 (6) 确定概率语言术语集形式的方案属性值, 并利用定义 3 进行标准化处理, 标准化后的概率语言型属性值如表 3 所示。

邀请 5 000 名利益相关公众对 6 个备选方案的整体表现情况进行评价, 利用式 (8) 和式 (9) 分别计算各个方案的公众认可度和非认可度, 如表 4 所示。

基于表 3 和表 4 的相关信息, 利用式 (10) ~ (13) 确定各方案属性值与方案认可度之间的关联度, 其中 $\rho = 0.5$, 结果如表 5 所示。

利用式 (14) ~ (17) 确定各属性值与方案非认可度之间的关联度, 结果如表 6 所示。

根据表 5 和表 6, 再结合式 (18) 确定属性权重取值范围: $\omega_1 = [0.18, 0.30]$; $\omega_2 = [0.24, 0.25]$; $\omega_3 = [0.23, 0.27]$; $\omega_4 = [0.21, 0.31]$ 。利用模型 (式 (19)) 构建优化模型确定属性权重: $\omega_1 = 0.18$; $\omega_2 = 0.24$; $\omega_3 = 0.27$; $\omega_4 = 0.31$ 。

利用式 (20) 计算各个备选方案的 TOPSIS 值: $S(z_1) = 0.651 2$; $S(z_2) = 0.692 2$; $S(z_3) = 0.736 5$; $S(z_4) = 0.639 0$; $S(z_5) = 0.651 3$; $S(z_6) = 0.660 6$, 方案排序结果为 $z_3 > z_2 > z_6 > z_5 > z_1 > z_4$, 故方案 3 为最优方案。

4 方法对比

为了进一步验证本文所提出方法的有效性, 引

表 2 公众属性评价分布情况

Table 2 Distributions of evaluated public attribute values

方案	属性	语言术语的数量								总计
		s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	未给出	
1	1	0	0	0	3 000	2 320	2 654	1 686	340	10 000
	2	0	0	0	2 443	3 526	1 416	815	1 800	10 000
	3	0	0	0	3 510	3 464	88	658	2 280	10 000
	4	0	0	1 438	1 453	2 518	1 994	1 780	817	10 000
2	1	0	889	911	2 333	2 695	1 834	834	504	10 000
	2	0	0	0	0	2 605	2 693	3 202	1 500	10 000
	3	0	1 399	1 908	1 564	1 584	1 427	1 415	703	10 000
	4	0	0	0	0	2 668	2 674	2 658	2 000	10 000
3	1	0	1 386	1 522	1 562	2 356	869	932	1 373	10 000
	2	0	0	0	811	2 635	3 232	1 877	1 445	10 000
	3	0	0	0	0	3 537	3 194	2 454	815	10 000
	4	0	0	0	0	2 702	2 625	3 273	1 400	10 000
4	1	0	1 810	1 847	1 694	2 806	845	675	323	10 000
	2	0	1 965	1 931	1 956	2 588	808	258	494	10 000
	3	0	0	0	0	3 197	3 419	3 074	310	10 000
	4	0	0	1 012	120	2 985	2 975	1 283	1 625	10 000
5	1	0	1 810	1 947	1 694	2 706	932	398	513	10 000
	2	0	965	1 731	1 856	2 488	824	1 353	783	10 000
	3	0	0	0	0	3 197	3 419	3 148	236	10 000
	4	0	0	1 012	1 160	2 785	2 665	1 795	583	10 000
6	1	0	1 754	2 467	1 533	2 943	632	458	213	10 000
	2	0	667	1 651	1 450	2 081	1 574	1 794	783	10 000
	3	0	0	0	0	2 895	3 789	3 108	208	10 000
	4	0	0	1 067	1 180	2 762	2 661	1 787	543	10 000

表 3 标准化后的概率语言型属性值

Table 3 Probabilistic linguistic attribute values after standardization

方案	属性 1	属性 2	属性 3	属性 4
1	$\langle s_3, 0.310 6 \rangle, \langle s_4, 0.240 2 \rangle, \langle s_5, 0.274 7 \rangle, \langle s_6, 0.174 5 \rangle$	$\langle s_3, 0.297 9 \rangle, \langle s_4, 0.430 0 \rangle, \langle s_5, 0.172 7 \rangle, \langle s_6, 0.099 4 \rangle$	$\langle s_3, 0.454 7 \rangle, \langle s_4, 0.448 7 \rangle, \langle s_5, 0.011 4 \rangle, \langle s_6, 0.085 2 \rangle$	$\langle s_2, 0.156 6 \rangle, \langle s_3, 0.158 2 \rangle, \langle s_4, 0.274 2 \rangle, \langle s_5, 0.217 1 \rangle, \langle s_6, 0.193 8 \rangle$
2	$\langle s_1, 0.093 6 \rangle, \langle s_2, 0.095 9 \rangle, \langle s_3, 0.245 7 \rangle, \langle s_4, 0.283 8 \rangle, \langle s_5, 0.193 1 \rangle, \langle s_6, 0.087 8 \rangle$	$\langle s_4, 0.306 5 \rangle, \langle s_5, 0.316 8 \rangle, \langle s_6, 0.376 7 \rangle$	$\langle s_1, 0.150 5 \rangle, \langle s_2, 0.205 2 \rangle, \langle s_3, 0.168 2 \rangle, \langle s_4, 0.170 4 \rangle, \langle s_5, 0.153 5 \rangle, \langle s_6, 0.152 2 \rangle$	$\langle s_4, 0.333 5 \rangle, \langle s_5, 0.334 3 \rangle, \langle s_6, 0.332 3 \rangle$
3	$\langle s_1, 0.160 7 \rangle, \langle s_2, 0.176 4 \rangle, \langle s_3, 0.181 1 \rangle, \langle s_4, 0.273 1 \rangle, \langle s_5, 0.100 7 \rangle, \langle s_6, 0.108 0 \rangle$	$\langle s_3, 0.094 8 \rangle, \langle s_4, 0.308 0 \rangle, \langle s_5, 0.377 8 \rangle, \langle s_6, 0.219 4 \rangle$	$\langle s_4, 0.385 1 \rangle, \langle s_5, 0.347 7 \rangle, \langle s_6, 0.267 2 \rangle$	$\langle s_4, 0.314 2 \rangle, \langle s_5, 0.305 2 \rangle, \langle s_6, 0.380 6 \rangle$
4	$\langle s_1, 0.187 0 \rangle, \langle s_2, 0.190 9 \rangle, \langle s_3, 0.175 1 \rangle, \langle s_4, 0.290 0 \rangle, \langle s_5, 0.087 3 \rangle, \langle s_6, 0.069 8 \rangle$	$\langle s_1, 0.206 7 \rangle, \langle s_2, 0.203 1 \rangle, \langle s_3, 0.205 8 \rangle, \langle s_4, 0.272 2 \rangle, \langle s_5, 0.085 0 \rangle, \langle s_6, 0.027 1 \rangle$	$\langle s_4, 0.329 9 \rangle, \langle s_5, 0.352 8 \rangle, \langle s_6, 0.317 2 \rangle$	$\langle s_2, 0.102 8 \rangle, \langle s_3, 0.014 3 \rangle, \langle s_4, 0.356 4 \rangle, \langle s_5, 0.355 2 \rangle, \langle s_6, 0.153 2 \rangle$
5	$\langle s_1, 0.190 8 \rangle, \langle s_2, 0.205 2 \rangle, \langle s_3, 0.178 6 \rangle, \langle s_4, 0.285 2 \rangle, \langle s_5, 0.098 2 \rangle, \langle s_6, 0.042 0 \rangle$	$\langle s_1, 0.104 7 \rangle, \langle s_2, 0.187 8 \rangle, \langle s_3, 0.201 4 \rangle, \langle s_4, 0.269 9 \rangle, \langle s_5, 0.089 4 \rangle, \langle s_6, 0.146 8 \rangle$	$\langle s_4, 0.327 4 \rangle, \langle s_5, 0.350 2 \rangle, \langle s_6, 0.322 4 \rangle$	$\langle s_2, 0.107 5 \rangle, \langle s_3, 0.123 2 \rangle, \langle s_4, 0.295 7 \rangle, \langle s_5, 0.283 0 \rangle, \langle s_6, 0.190 6 \rangle$
6	$\langle s_1, 0.179 2 \rangle, \langle s_2, 0.252 1 \rangle, \langle s_3, 0.156 6 \rangle, \langle s_4, 0.300 7 \rangle, \langle s_5, 0.064 6 \rangle, \langle s_6, 0.046 8 \rangle$	$\langle s_1, 0.072 4 \rangle, \langle s_2, 0.179 1 \rangle, \langle s_3, 0.157 3 \rangle, \langle s_4, 0.225 8 \rangle, \langle s_5, 0.170 8 \rangle, \langle s_6, 0.194 6 \rangle$	$\langle s_4, 0.295 6 \rangle, \langle s_5, 0.386 9 \rangle, \langle s_6, 0.317 4 \rangle$	$\langle s_2, 0.112 8 \rangle, \langle s_3, 0.124 8 \rangle, \langle s_4, 0.292 1 \rangle, \langle s_5, 0.281 4 \rangle, \langle s_6, 0.189 0 \rangle$

表 4 不同方案的公众认可度和非认可度

Table 4 Public approval and non-approval ratings of different alternatives

参数	认可人数	认可度	非认可人数	非认可度
方案 1	2 458	0.491 6	898	0.179 6
方案 2	3 067	0.613 4	1 278	0.255 6
方案 3	2 455	0.491 0	732	0.146 4
方案 4	3 132	0.626 4	1 522	0.304 4
方案 5	2 967	0.593 4	964	0.192 8
方案 6	3 113	0.622 6	1 467	0.293 4

表 5 属性值与方案认可度之间的关联度

Table 5 Correlation degrees between attribute values and approval ratings of alternatives

方案	属性 1	属性 2	属性 3	属性 4
1	0.472 5	0.527 5	0.622 3	0.492 9
2	0.931 8	0.480 4	1.000 0	0.494 3
3	0.684 0	0.414 4	0.395 9	0.373 3
4	0.869 8	0.747 7	0.513 2	0.649 4
5	0.931 4	0.912 7	0.472 5	0.603 9
6	0.786 7	0.820 7	0.502 0	0.665 9

表 6 属性值与方案非认可度之间的关联度

Table 6 Correlation degrees between attribute values and non-approval ratings of alternatives

方案	属性 1	属性 2	属性 3	属性 4
1	0.609 6	0.572 8	0.505 5	0.535 6
2	0.540 9	0.886 3	0.471 0	0.918 6
3	0.372 7	0.690 2	0.773 9	0.838 6
4	0.491 3	0.466 6	0.756 3	0.998 0
5	0.382 4	0.431 1	1.000 0	0.613 9
6	0.461 7	0.613 7	0.768 3	0.861 5

入熵权法^[13]、基于理想解的多目标优化方法^[20]两种赋权方法进行结果对比, 如表 7 所示。

表 7 不同方法的决策结果

Table 7 Decision results of different methods

方法	属性权重	方案排序
熵权法	$\omega = (0.23, 0.41, 0.28, 0.08)^T$	$z_3 > z_2 > z_1 > z_6 > z_5 > z_4$
基于理想解的多目标优化方法	$\omega = (0.11, 0.22, 0.37, 0.30)^T$	$z_3 > z_6 > z_2 > z_5 > z_4 > z_1$
本文提出的方法	$\omega = (0.18, 0.24, 0.27, 0.31)^T$	$z_3 > z_2 > z_6 > z_5 > z_1 > z_4$

根据表 7 的决策结果可知, 两种对比方法得到的方案属性权重结果与本文方法得到的结果有所不同, 使得方案排序结果也有所差异。不同方法赋权原理具体分析如下。

1) 熵权法是根据属性值的变异程度来确定属性

权重, 具有客观赋权的性质。熵权法应用于本文算例时存在明显局限性。(1) 本文算例中的属性值以概率语言数形式表示, 由于熵值法不能直接计算概率语言数的熵值, 需要利用定义 5 计算各个属性值的分数, 将概率语言数转化为精确数之后再行熵值计算, 因此熵权法在进行属性赋权时并未考虑概率语言型属性值表达形式存在的不确定性。(2) 本算例中方案的整体表现效果主要通过公众认可度和非认可度来表示, 由于熵权法在确定属性权重时并未涉及上述两类信息, 故利用熵权法得到的赋权结果并不能反映公众对于方案整体表现的评价情况。

2) 基于理想解的多目标优化方法根据方案属性值与最优解之间的距离对属性进行赋权, 同样未将方案整体表现作为赋权依据, 因此该方法也不适用于本文研究的决策问题。

3) 本文提出的属性赋权方法与上述两种方法在赋权原理上有所不同。(1) 本文提出的方法通过测算属性值与公众认可度之间、属性值与公众非认可度之间的关联性, 以此为依据确定属性权重取值范围, 使得公众的真实意见在赋权结果中得到充分反映。(2) 以所有概率语言型属性值的离差度最小化为目标进行赋权, 在不改变属性值原有表达形式的基础上尽可能地减少属性值不确定性对决策结果的影响。由此可见, 同已有的两种方法相比, 本文提出的方法更适用于考虑公众双重评价的重大民生决策问题。

5 结论

本文以重大民生事项决策问题为研究对象, 提出一种考虑公众双重评价的多属性大群体决策方法, 得到以下结论。1) 对公众给出的语言术语型双重评价信息进行梳理与分析, 分别得到概率语言术语集形式的属性值和精确数形式的方案认可度和非认可度, 缩减了公众评价信息的信息规模, 降低了后续的决策难度。由于属性值、方案认可度和非认可度均由公众评价信息得出, 反映了公众对于决策问题的真实看法, 为后续决策提供了可靠的依据。2) 以属性值、方案认可度和非认可度作为属性赋权依据, 将灰色关联度法和最小离差法相结合确定属性权重, 使得属性赋权结果能够充分反映民意, 保障了赋权的科学性。在现实决策问题中公众给出的评价信息可能会随着决策情景的变化而发生变化,

使得该类型决策可能会存在动态性特征, 因此未来可以将本文提出的方法进一步扩展, 将其应用于动态情境下考虑公众感知的大群体决策活动之中。

参考文献:

- [1] 王伟进, 张亮. 风险防范: 加强和创新社会治理的新的重大任务[J]. 南京社会科学, 2023, 423(1): 60-69.
WANG Weijin, ZHANG Liang. Risk prevention: a new major task to strengthen and innovate social governance[J]. Nanjing Journal of Social Sciences, 2023, 423(1): 60-69.
- [2] DUAN Y, CHEN S, ZENG Y, et al. Factors that influence the livelihood resilience of flood control project resettlers: evidence from the lower yellow river, China[J]. *Sustainability*, 2023, 15(3): 2671.
- [3] 徐选华, 陈晓红, 王红伟. 一种面向效用值偏好信息的大群体决策方法[J]. *控制与决策*, 2009, 24(3): 440-445.
XU Xuanhua, CHEN Xiaohong, WANG Hongwei. A kind of large group decision-making utility method oriented valued preference information[J]. *Control and Decision*, 2009, 24(3): 440-445.
- [4] CAI C, WANG Y, WANG P, et al. Evidential-reasoning-type multi-attribute large group decision-making method based on public satisfaction[J]. *Axioms*, 2024, 13(4): 276.
- [5] 许雷, 刘熠, 刘芳, 等. 基于 MARCOS 的二维语言直觉多属性群决策方法[J]. *模糊系统与数学*, 2022, 36(5): 128-141.
XU Lei, LIU Yi, LIU Fang, et al. MARCOS method for multiple attribute group decision making based on 2-dimension linguistic intuitionistic environment[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2022, 36(5): 128-141.
- [6] ZHU G, CAI C, PAN B, et al. A multi-agent linguistic-style large group decision-making method considering public expectations[J]. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2021, 14: 1-13.
- [7] 徐选华, 刘莹, 陈晓红. 基于群体压力的大群体风险应急决策方法[J]. *系统工程学报*, 2022, 37(4): 460-476.
XU Xuanhua, LIU Ying, CHEN Xiaohong. Large group risk emergency decision-making method based on group pressure[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2022, 37(4): 460-476.
- [8] XU X, DU Z, CHEN X. Consensus model for multi-criteria large-group emergency decision making considering non-cooperative behaviors and minority opinions[J]. *Decision Support Systems*, 2015, 79: 150-160.
- [9] 王枫, 黄晓莉, 万龙. 概率语言多属性群决策方法及其在新型智慧城市市民获得感评价中的应用[J]. *浙江大学学报(理学版)*, 2021, 48(5): 557-564.
WANG Feng, HUANG Xiaoli, WAN Long. Probabilistic linguistic multi-attribute group decision making method and its application to evaluation of citizens sense of gain in new smart city[J]. *Journal of Zhejiang University (Science Edition)*, 2021, 48(5): 557-564.
- [10] 任嵘嵘, 李文文, 赵萌, 等. 基于公众评价的大群体决策方法[J]. *管理评论*, 2018, 30(10): 238-247.
REN Rongrong, LI Wenwen, ZHAO Meng, et al. A large group decision making method based on public evaluation[J]. *Management Review*, 2018, 30(10): 238-247.
- [11] SAATY T, VARGAS L. Models, methods, concepts and applications of the analytic hierarchy process [M]. 2nd Edition. New York: Springer, 2012.
- [12] SAATY T. Theory and applications of the analytic network process: decision making with benefits, opportunities, costs, and risks[M]. Pittsburgh: RWS Publications, 2005.
- [13] 张慧, 熊欢欢, 刘越群. 基于 TOPSIS 熵权法的我国区块链产业生态系统绩效评价研究[J]. *科技管理研究*, 2023, 43(5): 38-45.
ZHANG Hui, XIONG Huanhuan, LIU Yuequn. Research on performance evaluation of China's blockchain industry ecosystem based on entropy weight method and TOPSIS[J]. *Science and Technology Management Research*, 2023, 43(5): 38-45.
- [14] 郭清娥, 苏兵. 离差最大化时基于交叉评价的多属性决策方法[J]. *运筹与管理*, 2015, 24(5): 75-81.
GUO Qing'e, SU Bing. Fuzzy multi-attribute decision making method based on maximizing deviation and cross-evaluation[J]. *Operations Research and Management Science*, 2015, 24(5): 75-81.
- [15] ZADEH L A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning[J]. *Information sciences*, 1975, 8(3): 199-249.
- [16] PANG Q, WANG H, XU Z. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making[J]. *Information Sciences*, 2016, 369: 128-143.
- [17] LIAO H, JIANG L, XU Z, et al. A linear programming method for multiple criteria decision making with probabilistic linguistic information[J]. *Information Sciences*, 2017, 415: 341-355.
- [18] WU X, LIAO H, XU Z, et al. Probabilistic linguistic MULTIMOORA: a multicriteria decision making method based on the probabilistic linguistic expectation function and the improved Borda rule[J]. *IEEE transactions on Fuzzy Systems*, 2018, 26(6): 3688-3702.
- [19] WU X, LIAO H. A consensus-based probabilistic linguistic gained and lost dominance score method[J]. *European Journal of Operational Research*, 2019, 272(3): 1017-1027.
- [20] ZHANG Y, XU Z, LIAO H. Water security evaluation based on the TODIM method with probabilistic linguistic term sets[J]. *Soft Computing*, 2019, 23(15): 6215-6230.

(责任编辑: 孟晓燕)