

doi: 10.3969/j.issn.1007-7375.250060

面向多阶段任务系统的加速退化试验方案

雷 星, 王紫钰, 赵秀杰

(天津大学 管理与经济学部, 天津 300072)

摘要: 针对多阶段任务系统的可靠性评估需求, 提出一种基于维纳退化模型的加速退化试验优化设计方法。通过建立多阶段任务成功概率模型, 分析各阶段负载水平差异性与持续时长非对称性的联合效应, 并采用大样本近似方法推导参数估计渐近方差作为优化目标, 求解试验方案最优组合。数值案例分析表明, 高负载阶段对试验资源分配具有主导性影响, 其非线性退化特性要求将更多试验元件分配至高应力组以捕捉快速退化特征; 阶段时长缩短导致参数估计方差增大, 需通过增加高应力组资源占比补偿数据不足。进一步提出两类折衷规则, 通过相对效率值及比值量化分析发现, 任务复杂度与效率损失呈正相关, 资源倾斜策略在精度与约束间更优, 折衷方案可为工程实践提供次优决策依据。

关键词: 可靠性; 加速退化试验; 最优设计; 多阶段任务系统; 任务成功概率

中图分类号: TB114.3; F406.3

文献标志码: A

文章编号: 1007-7375(2025)04-0089-12

Accelerated Degradation Test Planning for Multi-stage Mission Systems

LEI Xing, WANG Ziyu, ZHAO Xiujie

(College of Management and Economics, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: To address the reliability assessment requirements of multi-stage mission systems, this study proposes an optimized design framework for accelerated degradation testing based on the Wiener degradation model. A mission success probability model is established to analyze the joint effects of load heterogeneity and temporal asymmetry across mission stages. Utilizing the large-sample approximation method, the asymptotic variance of parameter estimation is derived as the optimization objective to determine the optimal test plan. Numerical case studies reveal that high-load stages dominate resource allocation due to their nonlinear degradation characteristics, necessitating increased component allocation to capture rapid degradation patterns. Reduced stage duration amplifies the variance of parameter estimation, requiring a higher proportion of high-load group resources to compensate for data insufficiency. Two compromise rules are further proposed, and quantitative analyses using relative efficiency metrics demonstrate a positive correlation between mission complexity and efficiency loss. The resource-biased strategy achieves superior balance between estimation accuracy and practical constraints, providing actionable suboptimal solutions for engineering applications.

Key words: reliability; accelerated degradation test; optimal design; multi-stage mission system; mission success probability

1 文献综述

面向任务的系统是在其生命周期的不同时间执行特定任务的系统^[1]。由于系统结构的复杂性和任务需求的多样性, 系统在执行任务期间可能发生故障或失效, 进而造成任务延误或失败, 即产生可靠

性问题。这类问题不仅关乎系统能否在既定条件下持续、稳定地完成预定任务, 还深刻影响着作业效能、经济成本乃至公共安全等关键方面^[2]。因此, 对面向任务的系统开展可靠性研究尤为必要。

在分析系统所执行的任务时, 最基础的类型是单阶段任务。随着研究深入, 两阶段任务的概念被

收稿日期: 2025-04-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (72371182, 72261147706, 72002149)

作者简介: 雷星 (2001—), 女, 河南省人, 硕士研究生, 主要研究方向为可靠性试验设计。Email: leixing@tju.edu.cn

通讯作者: 赵秀杰 (1990—), 男, 天津市人, 副教授, 主要研究方向为应用统计学与可靠性。Email: xiujiezhao@tju.edu.cn

提出。然而,在现实应用场景中,多阶段任务系统则更为普遍^[3]。对于多阶段任务系统的可靠性研究, Li 等^[4]最新提出一种具有随机阶段持续时间和动态组合阶段的多状态阶段任务系统可靠性建模方法。系统的多状态特性与跨阶段依赖性导致其可靠性计算及评估极其困难^[5],而如何建立多阶段任务系统可靠性模型,便涉及对系统可靠性指标的选取。

这方面的研究中,最常用且重要的指标是任务成功概率 (mission success probability, MSP),代表系统成功完成任务的能力^[6],可以支持多阶段的任务规划、方案审查、开发和应用的决策。MSP 指标适用于两类具有代表性的任务中: 1) 不可中断任务,针对任务本身不允许中断或任务过程中不具备维修保养条件、缺乏维修资源这一类情况; 2) 有限的可中断任务,针对任务过程中允许中断且任务允许中断时间受限制这一类情况^[7]。曹畔畔等^[8]充分分析任务执行过程中的特点及影响 MSP 的因素,结合多阶段复杂任务的不同逻辑关系,提出了 MSP 评估模型。Luo 等^[9]则更深入地探讨不同阶段的性能退化问题、多阶段任务中的状态依赖性问题以及各阶段任务之间的相关性,提出一种多阶段 MSP 评估方法。借助 MSP 指标可以实现多阶段任务系统性能表现的预测。对此, Wang 等^[10]提出一种面向由发射、飞行和战斗阶段组成的无人机集群任务的多阶段任务系统可靠性模型,以及一种能够最大化任务可靠性的试验设计方法。此外,针对面向任务的系统的维修优化需求, Li 等^[11]提出基于逆高斯退化过程的动态条件模型;而面对具有随机类型和随机持续时间的间歇任务系统, Zheng 等^[12]研究了维修-更换策略的联合优化问题。综合当前的多阶段任务系统的可靠性研究发现,方向更多集中在维修或更换策略设计上,而开展试验设计的则相对较少。然而,前期设计试验以预测可靠性指标,对于系统规划任务计划和制定任务决策而言,是关键的参考依据。基于以上背景,本研究提出以 MSP 为可靠性指标、针对多阶段任务系统的试验设计展开探究。

加速退化试验 (accelerated degradation test, ADT),通过将系统的一个或多个可测量的质量特征建模为退化过程,并定期检测试验元件的退化水平,能够在系统尚未失效前较快地推断出系统使用寿命。

ADT 已被广泛认可为在有限试验期内获取准确可靠性信息的有效方法。目前, ADT 的数据分析和优化设计已引起可靠性研究领域的极大关注^[13]。考虑系统退化的实际情况,建立适当的加速退化模型是试验设计整体最优的关键基础。退化模型通常被分为通用路径模型与随机过程模型两类: 1) 通用路径模型,利用统计回归方法对退化路径进行建模并依此预测系统失效时间; 2) 随机过程模型,利用随机过程对退化路径进行建模以表征退化的不确定性,常见的随机过程包括维纳过程 (Wiener process)、伽马过程 (Gamma process) 和逆高斯过程 (inverse Gaussian process)。对于系统执行多阶段任务的退化建模研究, Wang 等^[14]提出一个变点维纳过程模型,主要拟合在贝叶斯框架下的两相模式的退化路径; Wen 等^[15]则提出一个多变点维纳过程模型,以更好地表征多相特征的退化信号; Kang 等^[16]还指出,可以考虑一个可能由不同的随机过程组成的多相退化量模型,并探索如何将变点的随机性纳入退化模型中。综合当前研究发现,随机过程模型,尤其是能够描述分阶段非单调退化过程的维纳过程模型,被较广泛地使用在多阶段任务系统退化建模中。基于此,本研究提出选取维纳过程模型来描述系统执行多阶段任务时的退化路径,进而建立 MSP 指标模型,用于可靠性预测。在后续的 ADT 优化设计中,通过合理安排加速应力水平设置、试验元件比例分配和检测间隔时间规划等,得到有效的最优试验方案,实现有限条件下精确、高效且经济的可靠性评估。对于如何规划最优试验方案, Zhao 等^[17]提到,最广泛使用的加速试验规划范例是利用最大似然估计量的渐近性质,并借此运用经典 Delta 方法来推断期望估计中的不确定性。据此,本研究提出运用该优化方法并进一步探究。

本文将面向多阶段任务系统进行 ADT 优化设计研究。首先,运用维纳退化模型建模系统执行具有不同负载水平、持续时间的多阶段任务时的退化过程,并接着建模 MSP 可靠性指标。其次,在试验假设的基础上,设计 ADT 方案,明确目标函数和约束条件,通过基于大样本近似的试验方案优化方法,得到试验设计变量的最优组合和最优折衷组合。最后,通过数值案例对所提出的方法进行例证与分析。

2 多阶段任务系统的可靠性建模

2.1 维纳退化模型

基于维纳过程的 ADT 模型因其良好的数学性质和清晰的物理解释而得到深入发展并广泛用于退化分析。采用维纳过程对多阶段任务系统的退化路径进行建模。对于一个 m -阶段的任务, $m > 1$, $i = 1, 2, \dots, m$, 系统执行第 i 阶段任务时的退化过程 $Y_i(t)$ 可以用式 (1) 表示其随机特性。

$$Y_i(t) = y_{i,0} + \mu(x_i)t + \sigma B(t), t \geq 0. \quad (1)$$

其中, t 是自该阶段开始时刻起经过的时间; $y_{i,0}$ 是该阶段的初始退化水平; $\mu(x_i)$ 是在负载水平 x_i 下计算的漂移参数; σ 是扩散参数; $B(\cdot)$ 是标准布朗运动。现有研究通常假设应力对退化路径漂移特性的波动影响保持不变, 并提出退化率 $\mu(x_i)$ 可以通过广泛使用的对数-线性函数进行建模, 即 $\log \mu(x_i) = \alpha + \beta x_i$, 其中, 标准化因子 x_i 是介于 0 和 1 之间的变量。基于当前的模型, 未知参数可以被整体表征为 $\theta = (\alpha, \beta, \sigma)$ 。

对于这一 m -阶段的任务, 假设连续阶段之间的时间间隔足够短到可以忽略不计。任务从 0 时刻开始, 依次经过第 i 阶段的结束时刻 t_i 。那么, 第 i 阶段的持续时长可以被表征为 Δt_i , 相应地, 退化水平的增量可以被表征为 Δy_i , Δy_i 被假设为在阶段间独立且与历史退化路径无关, 即任务各阶段相互独立, 系统运行环境稳定, 退化过程中的误差项仅受系统自身随机波动的影响。根据工程实践, 任务应该由可用系统执行, 因此, $y_{1,0}$ 介于全新状态 0 和系统失效阈值 L 之间, 即 $y_{1,0} \in [0, L]$ 。而对于 $i > 1$, $y_{i,0}$ 通过上一阶段的退化过程递推得到。从本质上看, 一项任务被划分成多个阶段的依据是负载水平的变化, 具体而言, 是系统环境或任务要求等在多个时刻前后发生改变, 这些时刻被称为“变点”。基于此, 本研究作出一个简单假设: 多阶段任务中, 相邻阶段的负载水平不同, 而各独立阶段内负载水平保持恒定不变。

上述维纳退化模型为理解和量化系统执行多阶段任务过程中的性能退化与不确定性提供了理论基础。不同于单一应力、单一阶段的传统模型, 本模型考虑多阶段任务中各阶段负载水平的差异性和持续时长的非对称性, 通过 $y_{i,0}$ 接续任务前后阶段退化过程, 实现多阶段任务的连续累积退化效应建模。

鉴于实践任务的多样性, 进一步明确系统可靠性评估指标显得尤为重要。对此, 下文将基于维纳退化模型, 构建关键评估指标 MSP, 以期多阶段任务系统的性能预测、任务决策等提供科学依据。

2.2 多阶段任务系统的可靠性模型

对于一类有 m 个阶段的多阶段任务, 只有被从 0 时刻持续执行到规定结束时刻 t_m 时, 这些任务才被认为是成功的。那么, MSP 成为该类任务的一个核心评估指标, 不仅反映了系统克服退化影响、达成目标的能力, 也直接关系到任务执行的风险管理与资源调配策略。

考虑一个简单的具有已知负载水平和持续时长的两阶段任务, 该任务因为存在单个变点 t_1 而被自然地划分为两个阶段。

第 1 步 初始退化水平为 $y_{1,0}$ 的系统从 0 时刻开始执行该任务, 在恒定负载水平 x_1 下持续执行到第 1 阶段结束时刻 t_1 , 其成功完成第 1 阶段任务的可能性, 记作 P_s^1 , 等同于 t_1 时刻系统的可靠度, 即

$$P_s^1 = R(t_1; x_1, \theta, L - y_{1,0}) = 1 - F_T(t_1; x_1, \theta, L - y_{1,0}), t_1 > 0. \quad (2)$$

其中, $R(\cdot)$ 和 $F_T(\cdot)$ 分别是失效时间 T 的可靠度函数和累积分布函数 (cumulative distribution function, CDF)。在维纳退化模型下, 失效时间 T 被定义为首次达到失效阈值 L 的时间, 即 $T = \inf\{t; Y_1(t) \geq L\}$ 。可知, T 服从均值参数为 $(L - y_{1,0})/\mu(x_1)$ 和形状参数为 $(L - y_{1,0})^2/\sigma^2$ 的逆高斯分布, 在任意 $t > 0$ 下计算的 T 的 CDF 如式 (3) 所示。

$$F_T(t; x_1, \theta, L - y_{1,0}) = \Phi\left[\frac{\mu(x_1)t - L + y_{1,0}}{\sqrt{\sigma^2 t}}\right] + \exp\left[\frac{2\mu(x_1)(L - y_{1,0})}{\sigma^2}\right] \Phi\left[-\frac{\mu(x_1)t + L - y_{1,0}}{\sqrt{\sigma^2 t}}\right]. \quad (3)$$

其中, $\Phi(\cdot)$ 是标准正态分布的 CDF。

第 2 步 系统性能已退化至 $y_{2,0}$ 水平, 将在恒定负载水平 x_2 下继续推进任务的第 2 阶段。在时长 Δt_2 的持续执行完成后, 达成任务目标, 这标志着整体两阶段任务的成功。值得注意的是, 系统在执行第 1 阶段时从 $y_{1,0}$ 退化到 $y_{2,0}$ 是一个完全随机过程。因此, 在研究第 2 阶段的退化路径之前, 应当先分析 $y_{2,0}$ 的分布。已知系统的退化增量 Δy_1 服从独立正态分布, 记作 $\Delta y_1 \sim \mathcal{N}(\mu(x_1)\Delta t_1, \sigma^2\Delta t_1)$ 。那么, 系统退化状态从 $y_{1,0}$ 转移到 $y_{2,0}$ 的概率密度函数 (probability

density function, PDF), 表示为 $p_{y_{1,0}, y_{2,0}}$, 可以通过式 (4) 计算得到。

$$p_{y_{1,0}, y_{2,0}} = f(\Delta y_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta t_1}} \exp\left[-\frac{(\Delta y_1 - \mu(x_1)\Delta t_1)^2}{2\sigma^2\Delta t_1}\right] \quad (4)$$

类比于式 (2) 和 (3), 第 2 阶段独立成功的概率为 $R(\Delta t_2; x_2, \theta, L - y_{2,0})$ 。再结合式 (4) 中 $y_{2,0}$ 的分布, 得到该两阶段任务的 MSP, 记作 P_s^2 , 如式 (5) 所示。

$$P_s^2 = \int_0^L p_{y_{1,0}, y_{2,0}} R(\Delta t_2; x_2, \theta, L - y_{2,0}) dy_{2,0} \quad (5)$$

当 $m > 2$ 时, m -阶段任务的 MSP、 P_s^m 可以按照上述方法继续推演。可知, 对于每一阶段, $\Delta y_i \sim N(\mu(x_i)\Delta t_i, \sigma^2\Delta t_i)$ 。在第 m 阶段, 退化状态从 $y_{m-1,0}$ 转移到 $y_{m,0}$ 的 PDF, 表示为 $p_{y_{m-1,0}, y_{m,0}}$, 可以类比通过式 (6) 计算得到。

$$p_{y_{m-1,0}, y_{m,0}} = f(\Delta y_{m-1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta t_{m-1}}} \exp\left[-\frac{(\Delta y_{m-1} - \mu(x_{m-1})\Delta t_{m-1})^2}{2\sigma^2\Delta t_{m-1}}\right] \quad (6)$$

基于式 (5) 和 (6), 得到 P_s^m 的一般形式, 如式 (7) 所示。

$$P_s^m = \int_0^L p_{y_{m-1,0}, y_{m,0}} R(\Delta t_m; x_m, \theta, L - y_{m,0}) dy_{m,0} \quad (7)$$

在工程实践中, 当已知系统状态 $y_{1,0}$ 和任务要求并给定参数和 L 时, 便可以根据式 (7) 中这一评估

指标来预测系统成功完成该项任务的概率, 从而为决策者提供关于可行性与风险性的直观信息。

3 加速退化试验设计

3.1 试验假设

为了估计系统可靠性评估指标 MSP 模型中的未知参数 θ , ADT 需要在不同加速应力水平下对试验元件在众多时刻的退化水平进行检测。假设试验的元件分配和时间规划如下。

1) 选择 n 个标准化加速应力水平 $\{X_1, X_2, \dots, X_j, \dots, X_n\}$, $j = 1, 2, \dots, n$ 。当 $X_{\min}$ 为正常应力水平, $X_{\max}$ 为极限应力水平时, 假设 $X_{\min} < X_1 < \dots < X_j < \dots < X_n < X_{\max}$ 。

2) 试验元件总数固定为 N , 共分成 n 组, N_j 表示第 j 组 (在应力水平 X_j 下) 分得的元件数, 用 $p = 1, 2, \dots, N_j$ 计数, 用 π_j 表示第 j 组元件数占总数的比例, 确保 $\pi_j > 0$, 并约束 $\pi_j N$ 为整数。

3) 对任一元件的检测次数固定为 M , 用 $q = 1, 2, \dots, M$ 计次, 即总计进行 NM 次检测。

4) 在预先指定的时刻 t_q 记录第 j 组的第 p 个元件在第 q 次检测时的退化水平为 Y_{jpq} , 检测间隔时间为一个固定值 Δt , 即 $t_q - t_{q-1} \equiv \Delta t$ 。

上述 ADT 方案的示意图如图 1 所示, 遵循以上试验假设开展试验, 估计 MSP 模型中的参数, 以期实现可靠性预测。

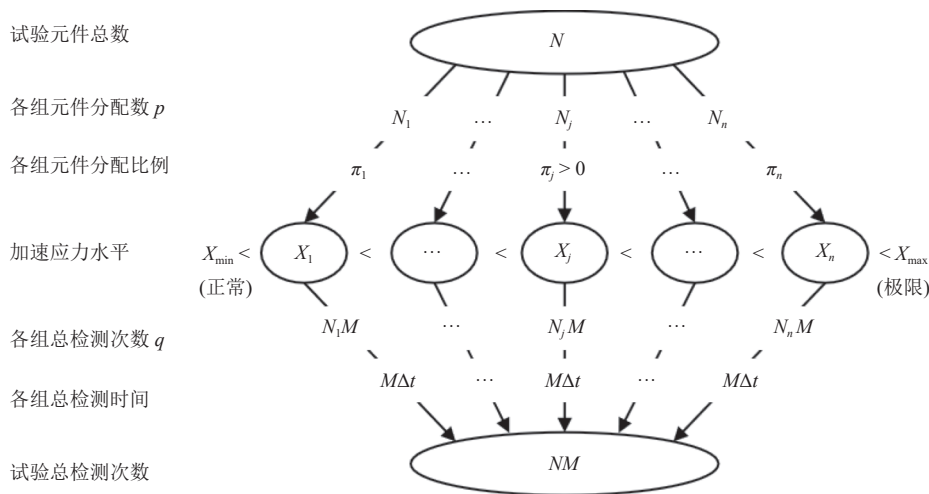


图 1 ADT 方案示意图

Figure 1 Illustration of the ADT planning

3.2 加速退化试验方案

为了在有限的试验条件下提高试验效率和参数

估计精度, 应当运用优化算法对一般的试验方案展开优化。这里的优化算法是指在约束条件下求解目

标函数, 从而得出最优的试验方案。最优试验方案的本质是设计变量的最优组合, 在本研究中体现为加速应力水平和对应组的试验元件分配比例的最优组合。

目标函数是优化问题的核心, 而约束条件则是求解过程中的必须要素。本研究提出以最小化评估指标估计值的渐近方差为目标, 旨在规定的应力水平范围内和固定的试验元件数下, 有效降低估计结果的不确定性。

对于该类有 m 个阶段的多阶段任务, 评估指标为 P_s^m , 其估计值为 $\hat{P}_s^m$ 。为了实现最小化 $\hat{P}_s^m$ 的渐近方差这一目标, 需要隐式地将其视为正态分布随机变量。然而, P_s^m 是介于 0 和 1 之间的有界随机变量, 其特性与当前设计不符, 会给 $\hat{P}_s^m$ 的不确定性量化带来干扰。为了克服这一问题, 本研究引入广泛应用的 logit 模型, 将 $\hat{P}_s^m$ 转换为无界随机变量 $\text{logit}(\hat{P}_s^m)$, 其原理是 logit 函数创建了从 $(0, 1)$ 到 $(-\infty, +\infty)$ 的概率值映射。具体而言, logit 转换通过 $\text{logit}(p) = \log[p/(1-p)]$ 将概率 p 转换为对数几率, 其中, $p/(1-p)$ 表示成功相对于失败的几率。为了简化表达, 将该转化变量缩写为 $\hat{S}$ 。那么, 解决如式 (8) 所示的问题, 便可得到面向该类 m -阶段任务的最优试验方案 ξ^* 。

$$\begin{cases} \text{最大化 } -\text{Avar}(\hat{S}; \xi), \\ \text{服从 } \sum_{j=1}^n \pi_j = 1, \\ 0 \leq X_j \leq 1, \text{ 对于任意 } j = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (8)$$

约束条件中的 π_j 和 X_j 分别是该类任务下的试验方案 ξ 中, 第 j 组的试验元件分配比例和加速应力水平。

与单一应力优化、均等资源分配的传统试验设计不同, 本方案基于多阶段任务的负载水平差异性和持续时长非对称性, 将不同类型任务的加速应力水平和资源分配比例作为核心优化变量, 通过构建渐近方差目标函数, 量化阶段负载水平与持续时长对估计精度的联合影响, 形成非对称的资源分配策略, 以适配多阶段任务系统的可靠性评估需求。

3.3 基于大样本近似的试验方案优化

大样本近似方法是试验设计的常用方法。为了量化评估指标估计值 $\hat{S}$ 的不确定性, 本研究提出应用该方法, 并给出以下具体阐述。

基于一个特定 ADT 方案 ξ , $\hat{S}$ 的渐近方差可以

被近似表示为

$$\text{Avar}(\hat{S}; \xi) = \mathbf{H}_s^T(\theta) [\mathbf{I}(\theta; \xi)]^{-1} \mathbf{H}_s(\theta). \quad (9)$$

其中, $\mathbf{H}_s(\theta)$ 是评估指标相对于每个未知参数的一阶导数向量, 与试验方案 ξ 无关, 即

$$\mathbf{H}_s(\theta) = \left(\frac{\partial S}{\partial \alpha}, \frac{\partial S}{\partial \beta}, \frac{\partial S}{\partial \sigma} \right)^T. \quad (10)$$

$\mathbf{I}(\theta; \xi)$ 是基于试验方案 ξ 的未知参数 θ 的 Fisher 信息矩阵, 其元素是对数似然函数 l 相对于每个未知参数的二阶偏导数的负期望值, 即

$$\mathbf{I}(\theta; \xi) = \mathbb{E} \left[-\frac{\partial^2 l}{\partial \theta \partial \theta^T} \right]. \quad (11)$$

在 3.1 节和 3.2 节试验方案优化设计的基础上, 用 $\Delta Y_{j pq}$ 表示该类任务背景下 t_q 时刻检测的第 j 组的第 p 个元件的退化水平相比于 t_{q-1} 时刻的增量, 即 $\Delta Y_{j pq} = Y_{j pq} - Y_{j p(q-1)}$ 。维纳过程属于指数色散退化模型, 其特点是两个不重叠区间的增量是独立的。因此, 对于任意 $j = 1, 2, \dots, n$, $p = 1, 2, \dots, N_j$, $q = 1, 2, \dots, M$, 退化增量 $\Delta Y_{j pq}$ 服从独立的正态分布, 即 $\Delta Y_{j pq} \sim \mathcal{N}(\mu(X_j) \Delta t, \sigma^2 \Delta t)$ 。那么, 给定 NM 次检测得到的退化增量 $\Delta y_{j pq}$, 对数似然函数 l 为

$$l(\theta | \text{data}) = \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^{N_j} \sum_{q=1}^M \log \varphi \left[\frac{\Delta y_{j pq} - \mu(X_j) \Delta t}{\sqrt{\sigma^2 \Delta t}} \right]. \quad (12)$$

其中, $\varphi(\cdot)$ 是标准正态分布的 PDF。

结合式 (11) 和 (12), Fisher 信息矩阵 $\mathbf{I}(\theta; \xi)$ 中的元素可以被推导得到如下形式。

$$\begin{aligned} \mathbb{E} \left[-\frac{\partial^2 l}{\partial \alpha^2} \right] &= \frac{M}{\sigma^2} \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^{N_j} \exp(2\alpha + 2\beta X_j) \Delta t = \\ &= \frac{NM \Delta t}{\sigma^2} \sum_{j=1}^n \pi_j [\mu(X_j)]^2; \\ \mathbb{E} \left[-\frac{\partial^2 l}{\partial \alpha \partial \beta} \right] &= \mathbb{E} \left[-\frac{\partial^2 l}{\partial \beta \partial \alpha} \right] = \\ &= \frac{M}{\sigma^2} \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^{N_j} \exp(2\alpha + 2\beta X_j) \Delta t X_j = \frac{NM \Delta t}{\sigma^2} \sum_{j=1}^n \pi_j [\mu(X_j)]^2 X_j; \\ \mathbb{E} \left[-\frac{\partial^2 l}{\partial \beta^2} \right] &= \frac{M}{\sigma^2} \sum_{j=1}^n \sum_{p=1}^{N_j} \exp(2\alpha + 2\beta X_j) \Delta t X_j^2 = \\ &= \frac{NM \Delta t}{\sigma^2} \sum_{j=1}^n \pi_j [\mu(X_j)]^2 X_j^2; \end{aligned}$$

$$E\left[-\frac{\partial^2 l}{\partial \sigma^2}\right] = \frac{2NM}{\sigma^2}.$$

其他元素均为 0 值。进一步整理得到 $I(\theta; \xi)$ 的矩阵展开式, 如式 (13) 所示。

$$I(\theta; \xi) = \frac{1}{\sigma^2} NM \Delta t \times \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n \pi_j [\mu(X_j)]^2 & \sum_{j=1}^n \pi_j [\mu(X_j)]^2 X_j & 0 \\ \sum_{j=1}^n \pi_j [\mu(X_j)]^2 X_j & \sum_{j=1}^n \pi_j [\mu(X_j)]^2 X_j^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2/\Delta t \end{bmatrix}. \quad (13)$$

可以发现, 具体结果主要与试验设计的元件分配比例 π_j 和对应组的加速应力水平 X_j 有关。这表明在其他参数确定的情况下, 对于相同的试验方案 ξ , Fisher 信息保持不变。

更特别的是, 无论采用哪一种试验方案 ξ , $H_s(\theta)$ 中的元素都不会受到影响。结合式 (7) 和 (10), 下面详细展示了 $H_s(\theta)$ 中元素的求导过程。

1) 为了方便运算, 引入了多个相关联的中间量, S 的形式被简化调整为

$$S = \text{logit} \int_0^L p \times R dy_{m,0} = \text{logit} \int_0^L \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2\Delta t_{m-1}}} \exp(-z) \right) (\Phi(u) - \exp(v) \Phi(w)) dy_{m,0}.$$

其中,

$$z = \frac{[\Delta y_{m-1} - (\alpha + \beta x_{m-1}) \Delta t_{m-1}]^2}{2\sigma^2 \Delta t_{m-1}};$$

$$u = \frac{L - y_{m,0} - (\alpha + \beta x_m) \Delta t_m}{\sqrt{\sigma^2 \Delta t_m}};$$

$$v = \frac{2(\alpha + \beta x_m)(L - y_{m,0})}{\sigma^2};$$

$$w = -\frac{(\alpha + \beta x_m) \Delta t_m + L - y_{m,0}}{\sqrt{\sigma^2 \Delta t_m}}.$$

2) 推导 $\partial S / \partial \alpha$ 。

$$\frac{\partial p}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sigma^2} \sqrt{\frac{z}{\pi}} \exp(-z);$$

$$\frac{\partial R}{\partial \alpha} = -\frac{\Delta t_m}{\sqrt{\sigma^2 \Delta t_m}} [\varphi(u) - \exp(v) \varphi(w)] -$$

$$\frac{2(L - y_{m,0})}{\sigma^2} \exp(v) \Phi(w);$$

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = \frac{\int_0^L \left(\frac{\partial p}{\partial \alpha} \times R + p \times \frac{\partial R}{\partial \alpha} \right) dy_{m,0}}{\left(1 - \int_0^L p \times R dy_{m,0} \right) \int_0^L p \times R dy_{m,0}}.$$

3) 推导 $\partial S / \partial \beta$ 。

$$\frac{\partial p}{\partial \beta} = \frac{x_{m-1}}{\sigma^2} \sqrt{\frac{z}{\pi}} \exp(-z);$$

$$\frac{\partial R}{\partial \beta} = -\frac{x_m \Delta t_m}{\sqrt{\sigma^2 \Delta t_m}} [\varphi(u) - \exp(v) \varphi(w)] -$$

$$\frac{2x_m(L - y_{m,0})}{\sigma^2} \exp(v) \Phi(w);$$

$$\frac{\partial S}{\partial \beta} = \frac{\int_0^L \left(\frac{\partial p}{\partial \beta} \times R + p \times \frac{\partial R}{\partial \beta} \right) dy_{m,0}}{\left(1 - \int_0^L p \times R dy_{m,0} \right) \int_0^L p \times R dy_{m,0}}.$$

与 $\partial S / \partial \alpha$ 相似, 不同之处在于 $\mu(x_{m-1})$ 和 $\mu(x_m)$ 项中的 β -依赖性。

4) 推导 $\partial S / \partial \sigma$ 。

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma} = \frac{2z - 1}{\sigma^2 \sqrt{2\pi\Delta t_{m-1}}} \exp(-z);$$

$$\frac{\partial R}{\partial \sigma} = -\frac{u}{\sigma} \varphi(u) + \exp(v) \left[\frac{2v}{\sigma} \Phi(w) + \frac{w}{\sigma} \varphi(w) \right];$$

$$\frac{\partial S}{\partial \sigma} = \frac{\int_0^L \left(\frac{\partial p}{\partial \sigma} \times R + p \times \frac{\partial R}{\partial \sigma} \right) dy_{m,0}}{\left(1 - \int_0^L p \times R dy_{m,0} \right) \int_0^L p \times R dy_{m,0}}.$$

由此得到 $H_s(\theta)$ 的各项元素表达式。

通过将 $H_s(\theta)$ 和 $I(\theta; \xi)$ 运用到式 (9) 中, 可以实现 $\hat{S}$ 的不确定性评估, 作为优化问题 (8) 的目标函数, 用于求解得到最优方案, 最终实现可靠性预测。

根据 Whittle^[18]提出的一般等价定理, 以下结果适用于优化式 (8) 所示的问题。

(1) 目标函数 $-Avar(\hat{S}; \xi)$ 关于试验方案是凹的。具体来说, 对于任意 $0 < a < 1$ 和两个不同的试验方案 ξ 和 ζ , 以下不等式成立:

$$-Avar(\hat{S}; a\xi + (1-a)\zeta) > -aAvar(\hat{S}; \xi) -$$

$$(1-a)Avar(\hat{S}; \zeta).$$

(2) 目标函数在试验方案 ξ 处沿另一个方案 ζ 方向的方向导数为

$$\Lambda(\xi, \zeta) = H_s^T(\theta) [I(\theta; \xi)]^{-1} I(\theta; \zeta) [I(\theta; \xi)]^{-1} H_s(\theta) - H_s^T(\theta) [I(\theta; \xi)]^{-1} H_s(\theta).$$

(3) 对于任意满足 $\sum_i b_i = 1$ 的权重 $b_i > 0$, 以及一系列可替代方案 ξ_i , 方向导数满足线性性质:

$$\Lambda\left(\xi, \sum_i b_i \xi_i\right)=\sum_i b_i \Lambda\left(\xi, \xi_i\right)。$$

如果满足条件 (1)~(3), 则可以得到以下结论。

1) 设 ξ_x 表示将所有元件分配到应力水平 x 的试验方案。当且仅当 $\sup_x \Lambda\left(\xi^*, \xi_x\right)=0$ 时, 试验方案 ξ^* 是最优的。

2) 最优方案中的应力水平 x_i^* 是满足 $\sup_x \Lambda\left(\xi^*, \xi_x\right)=0$ 条件的 x 的子集。

上述一般等价定理提供了一个显著优势: 方向导数 $\Lambda(\xi, \zeta)$ 可以被解析地评估, 其结果可以用来验证通过数值方法获得的试验方案的最优性。

4 数值案例分析

4.1 数例假设

为验证面向多阶段任务系统的 ADT 优化设计方法的有效性, 通过数值案例量化考察任务参数对试验方案选择的影响, 并探究不同约束条件下最优折衷方案的特性。结合理论模型与计算仿真, 试图揭示试验设计规律, 为复杂任务场景下的系统可靠性评估方案设计提供可参考依据。

设定一个典型的三阶段任务系统, 其执行的任务各阶段负载水平依次为 $x=[0.15, 0.25, 0.95]$, 各阶段结束时刻为 $t=[0.10, 0.25, 0.30]$ 。上述参数组合体现了任务进程中负载强度的非线性递增特征: 第 1 阶段负载水平较低; 第 2 阶段负载水平略有提高; 第 3 阶段负载水平接近极限, 而各阶段持续时间呈反向变化, 模拟了短时高强度任务的典型退化路径, 体现了多阶段负载差异性与时序非对称性两

方面特点。试验设计层面, 遵循成本经济、数据充分、周期可控的原则。模型构建层面, 负载水平对退化速率呈指数型影响, 考虑 $\alpha < 0$ 和 $\beta > 0$ 的协同作用, 使得低负载区间的退化变动平缓, 而高负载区间的敏感性显著增强, 以契合一类实际工程特征。假设各项参数值如表 1 所示。

表 1 试验参数与模型参数
Table 1 Parameters for testing and modeling

参数	符号	数值
试验元件总数	N	100
单元件检测次数	M	20
检测间隔时间	Δt	0.1
模型参数	α	-1.0
	β	1.5
	σ	0.2
	$\gamma_{1,0}$	0.05
	L	0.50

4.2 最优方案

利用 Matlab 中的数值优化功能进行最优试验方案设计。对比不同任务参数下的最优试验方案, 揭示负载水平与时长变化对 ADT 设计的影响规律。具体最优方案结果如表 2、表 3 所示。

不同任务阶段负载水平组合下, 以基准任务 SL-1 为参照, 某一阶段的负载水平提高一定程度, 最优方案中高应力水平下的元件分配比例将相应产生一定增幅, 而导致目标函数值, 即渐近方差 Avar 下降, 这表明高负载任务需集中更多资源在高应力水平下以高效捕捉退化加速效应, 反之, 类比。进一步比较, 对于第 1 阶段的较低负载水平提高 (对应于任务 SL-2), 高应力水平下元件分配比例轻微提升, 目标函数轻微下降, 第 3 阶段的极限负载水

表 2 不同任务阶段负载水平组合下的最优方案

Table 2 Optimal plans with varied load level combinations across mission stages

任务	各阶段负载水平			各阶段结束时刻			最优方案				目标函数转换值
	x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	X_1^*	X_2^*	π_1^*	π_2^*	$\lg(\text{Avar})$
SL-1	0.15	0.25	0.95						0.918	0.082	-4.994
SL-2	0.20	0.25	0.95						0.898	0.102	-4.999
SL-3	0.10	0.25	0.95						0.930	0.070	-4.993
SL-4	0.15	0.30	0.95	0.10	0.25	0.30	0.148	1.000	0.877	0.123	-5.004
SL-5	0.15	0.20	0.95						0.936	0.064	-4.989
SL-6	0.15	0.25	1.00						0.884	0.116	-5.020
SL-7	0.15	0.25	0.90						0.943	0.057	-4.971

表 3 不同任务阶段结束时刻组合下的最优方案

Table 3 Optimal plans with varied end time combinations across mission stages

任务	各阶段负载水平			各阶段结束时刻			最优方案				目标函数转换值
	x_1	x_2	x_3	t_1	t_2	t_3	X_1^*	X_2^*	π_1^*	π_2^*	$\lg(Avar)$
ET-1				0.10	0.25	0.30			0.918	0.082	-4.994
ET-2				0.09	0.24	0.29			0.943	0.057	-4.949
ET-3				0.10	0.24	0.29			0.945	0.055	-4.949
ET-4	0.15	0.25	0.95	0.10	0.25	0.29	0.148	1.000	0.976	0.024	-4.874
ET-5				0.11	0.26	0.31			0.883	0.117	-5.047
ET-6				0.10	0.26	0.31			0.877	0.123	-5.048
ET-7				0.10	0.25	0.31			0.792	0.208	-5.128

平提高相同量 (对应于任务 SL-6), 分配比例明显提升, 目标函数明显下降, 这说明低负载区间的参数估计信息量饱和而高负载区间的信息密度非线性增长、敏感性更强。

不同任务阶段结束时刻组合下, 选取同样参数设置的基准任务 ET-1 为参照, 某一阶段的持续时长增加一小段时间, 最优方案中高应力水平下的元件分配比例将相应产生较大增幅, 而导致目标函数, 即渐近方差 Avar 下降, 表明同上, 反之, 类比。进一步比较, 对于第 1、2 阶段的较长持续时长增加 (对应于任务 ET-5、ET-6), 高应力水平下元件分配比例轻微提升, 目标函数轻微下降, 第 3 阶段的较短持续时长增加相同时间 (对应于任务 ET-7), 分配比例显著提升, 目标函数显著下降, 再次与上对应, 这表明多阶段任务系统中高负载阶段的主导性不可替代。

4.3 最优折衷方案

考虑到实际工程中试验资源受限的情况, 本研究提出两类折衷规则, 通过相对效率值 (relative efficiency, RE) 与相对效率比值量化折衷方案的性能损失与规则优劣, 为决策者提供灵活性选择。

本研究中的折衷方案为三级试验方案, 其中, 中间加速应力水平 X_2^* 取其他两项加速应力水平的平均数, 即 $X_2^* = (X_1^* + X_3^*)/2$, 且其对应的试验元件分配比例 π_2^* 将在试验前确定。RE 值指各项参数相同的背景下最优方案目标函数值与最优折衷方案目标函数值的比值, 一般大于 1, 且数值越大代表原最优方案越优越。据此, 接着定义两类折衷规则: 1) R_1 , π_2^* 固定取 10%, 相对效率值为 RE_1 ; 2) R_2 , π_2^* 固定取 20%, 相对效率值为 RE_2 。再接着给 RE 比值下定义为 RE_1/RE_2 , 即 R_2 下的最优折衷方案目标

函数值与 R_1 下的最优折衷方案目标函数值的比值, 存在 3 种情况: 1) RE 比值 >1 , 则 R_1 的综合性能优于 R_2 , 且数值越大越优越, 适用于高精度需求场景; 2) RE 比值 <1 , 反之, 性质同理; 3) RE 比值 ≈ 1 , 两类规则效率趋同, 可依据资源余量灵活选择。基于以上内容 and 4.2 节中的原任务设计, 得到具体最优折衷方案结果如表 4、表 5 所示。

从 RE 值来看, 两类折衷规则下的最优折衷方案目标函数值较无约束最优方案普遍存在效率损失, 但损失程度与任务参数特性存在系统性关联, 任务负载水平差异越大、阶段时长非对称性越强, 两类折衷规则的效率损失幅度越显著。这是源于固定分配比例与动态信息需求的冲突, 即复杂任务的高负载阶段需要更高比例的试验资源以捕捉快速退化特征, 但 π_2^* 的固定约束限制了资源分配的灵活性, 导致参数估计方差增大。此外, 阶段时长压缩会加剧效率损失, 因为其要求更密集的资源分配以补偿数据不足, 而固定 π_2^* 进一步削弱了优化算法的自适应能力。

从 RE 比值来看, 所有任务的比值均大于 1, 这验证了 R_1 规则在复杂任务中的鲁棒性, 其通过资源倾斜策略, 在参数估计精度与约束灵活性之间实现较优平衡, 这也佐证了对于 RE 值结果的分析。

4.4 模拟验证

为了验证渐近方差在有限样本下的有效性, 本研究采用蒙特卡洛模拟对比未知参数 $\theta = (\alpha, \beta, \sigma)$ 估计的经验方差与渐近方差。模拟设置有限样本量 $N \in \{10, 20, 50, 100, 200\}$, 基于维纳退化模型 (见式 (1)) 生成 1 000 组退化数据, 通过最大似然估计获取参数估计值并计算经验方差, 同时基于 Fisher 信息矩阵 (见式 (13)) 推导渐近方差。模拟结果可视化如

表 4 不同任务阶段负载水平组合下的最优折衷方案

Table 4 Optimal compromise plans with varied load level combinations across mission stages

任务	折衷规则	最优方案						目标函数转换值	相对效率值	相对效率比值
		X_1^*	X_2^*	X_3^*	π_1^*	π_2^*	π_3^*	lg (Avar)		
SL-1	R ₁	0.113	0.556	1.000	0.813	0.100	0.087	-4.984	0.989	1.011
	R ₂	0.066	0.533	1.000	0.708	0.200	0.092	-4.973	0.979	
SL-2	R ₁	0.112	0.556	1.000	0.794	0.100	0.106	-4.990	0.992	1.008
	R ₂	0.063	0.532	1.000	0.690	0.200	0.110	-4.982	0.983	
SL-3	R ₁	0.113	0.557	1.000	0.825	0.100	0.075	-4.980	0.987	1.013
	R ₂	0.067	0.534	1.000	0.719	0.200	0.081	-4.967	0.975	
SL-4	R ₁	0.111	0.556	1.000	0.774	0.100	0.126	-4.998	0.993	1.007
	R ₂	0.061	0.530	1.000	0.671	0.200	0.129	-4.991	0.987	
SL-5	R ₁	0.114	0.557	1.000	0.830	0.100	0.070	-4.974	0.985	1.015
	R ₂	0.068	0.534	1.000	0.724	0.200	0.076	-4.960	0.971	
SL-6	R ₁	0.111	0.556	1.000	0.781	0.100	0.119	-5.010	0.990	1.010
	R ₂	0.062	0.531	1.000	0.677	0.200	0.123	-5.001	0.981	
SL-7	R ₁	0.114	0.557	1.000	0.837	0.100	0.063	-4.959	0.988	1.012
	R ₂	0.068	0.534	1.000	0.731	0.200	0.069	-4.947	0.977	

表 5 不同任务阶段结束时刻组合下的最优折衷方案

Table 5 Optimal compromise plans with varied end time combinations across mission stages

任务	折衷规则	最优方案						目标函数转换值	相对效率值	相对效率比值
		X_1^*	X_2^*	X_3^*	π_1^*	π_2^*	π_3^*	lg (Avar)		
ET-1	R ₁	0.113	0.556	1.000	0.813	0.100	0.087	-4.984	0.989	1.011
	R ₂	0.066	0.533	1.000	0.708	0.200	0.092	-4.973	0.979	
ET-2	R ₁	0.114	0.557	1.000	0.837	0.100	0.063	-4.935	0.987	1.013
	R ₂	0.068	0.534	1.000	0.731	0.200	0.069	-4.922	0.974	
ET-3	R ₁	0.114	0.557	1.000	0.838	0.100	0.062	-4.935	0.986	1.014
	R ₂	0.069	0.534	1.000	0.732	0.200	0.068	-4.921	0.973	
ET-4	R ₁	0.115	0.558	1.000	0.868	0.100	0.032	-4.858	0.984	1.016
	R ₂	0.072	0.536	1.000	0.761	0.200	0.039	-4.842	0.968	
ET-5	R ₁	0.111	0.556	1.000	0.780	0.100	0.120	-5.039	0.992	1.008
	R ₂	0.062	0.531	1.000	0.676	0.200	0.124	-5.031	0.984	
ET-6	R ₁	0.111	0.556	1.000	0.775	0.100	0.125	-5.041	0.992	1.008
	R ₂	0.061	0.531	1.000	0.671	0.200	0.129	-5.033	0.985	
ET-7	R ₁	0.107	0.553	1.000	0.694	0.100	0.206	-5.122	0.994	1.006
	R ₂	0.049	0.525	1.000	0.593	0.200	0.207	-5.117	0.989	

图 2 所示。经分析发现，当 N 较小时，如 $N = 10$ ，经验方差显著高于渐近方差，反映小样本下参数估计的不确定性较强，印证了估计偏差风险的存在；而随 N 增大，两者差异逐渐缩小；当 $N \geq 50$ 时，两者收敛趋势明显，变化基本一致，验证了大样本近似方法的合理性。这一模拟结果表明，对于表 1 中的设置，尽管 $N = 100$ 仍属于有限样本范畴，但渐近方差能够有效刻画参数估计的不确定性，为试验方

案优化提供可靠依据。同时，该模拟结果也指导在工程实践中可通过增加样本量或资源倾斜策略实现参数估计精度最大化。

4.5 灵敏度分析

为了探究最优方案的受影响机制，本研究提出对决定多阶段任务系统 MSP 及其估计值渐近方差 Avar 的核心双参数：初始退化水平 $y_{1,0}$ 、失效阈值 L ，展开灵敏度分析。通过揭示影响规律，为任务

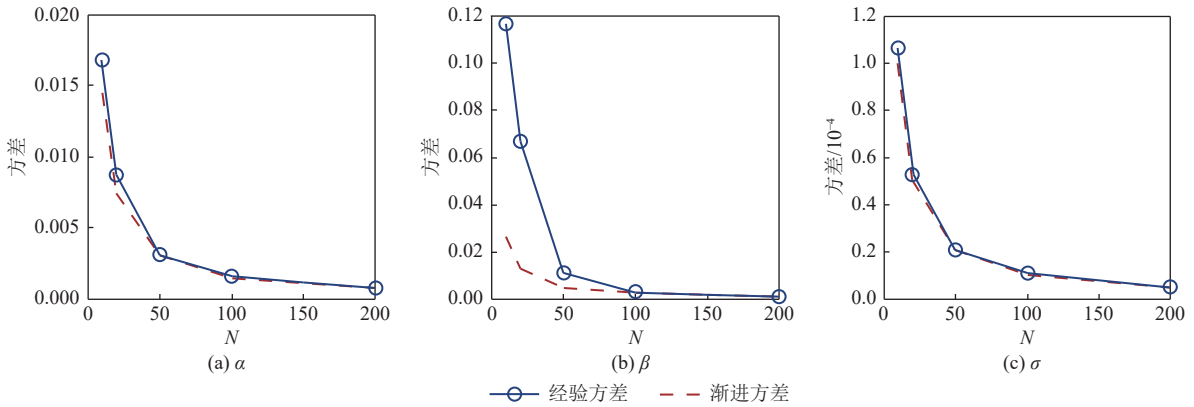


图 2 有限样本下参数估计的经验方差与渐近方差对比

Figure 2 Comparison of empirical and asymptotic variances of parameter estimates under finite samples

规划与试验设计提供科学理论依据。

关注参数对 MSP 的影响，从单参数灵敏度看，MSP 随 $y_{1,0}$ 增大呈近似指数下降 (见图 3 (a))，而随 L 增大呈近似指数上升 (见图 3 (b))，这表明 $y_{1,0}$ 、 L 对 MSP 的影响是显著的，是相反方向的。分析 MSP 梯度特征发现，在 $y_{1,0}$ 、 L 为 0.3 附近时，MSP 对参数变化最为敏感，而 $L > 0.6$ 后，MSP 趋于稳定高值，梯度趋于 0，这表明此时增加 L 对提升 MSP 的效果将大大减弱。

双参数协同作用时，MSP 随 $y_{1,0}$ 减小和 L 增大而单调递增 (见图 3 (c))，体现了双参数对 MSP 的近

似线性影响。这一现象符合物理直觉： $y_{1,0}$ 越低，系统离 L 越远，越有可能成功执行任务； L 越高，系统可承受的退化量越大，MSP 相应提高。分析等高线密度发现， $y_{1,0}$ 较小时， L 对 MSP 的影响更为突出，而随 $y_{1,0}$ 增大， $y_{1,0}$ 自身对 MSP 的影响逐渐增强，由此确定双参数对 MSP 的影响具有差异性。此外，在 $0 < L - y_{1,0} < 0.4$ 范围内，等高线密集平行分布，MSP 从 1 快速下降至 0，呈现高敏感状态。这意味着任务规划时需要平衡双参数：若 $y_{1,0}$ 较高，需显著提高 L 以保证 MSP；若 L 固定，则需严格控制 $y_{1,0}$ 以避免 MSP 骤降。

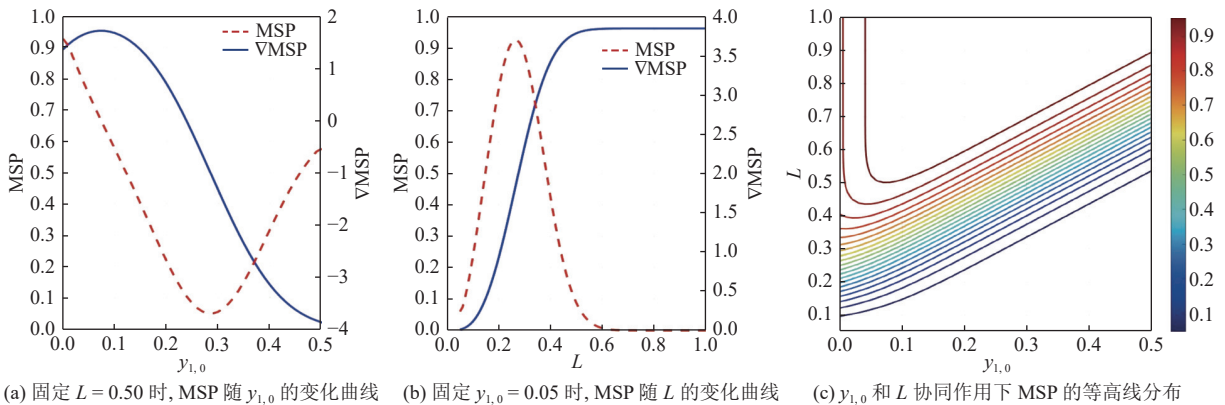


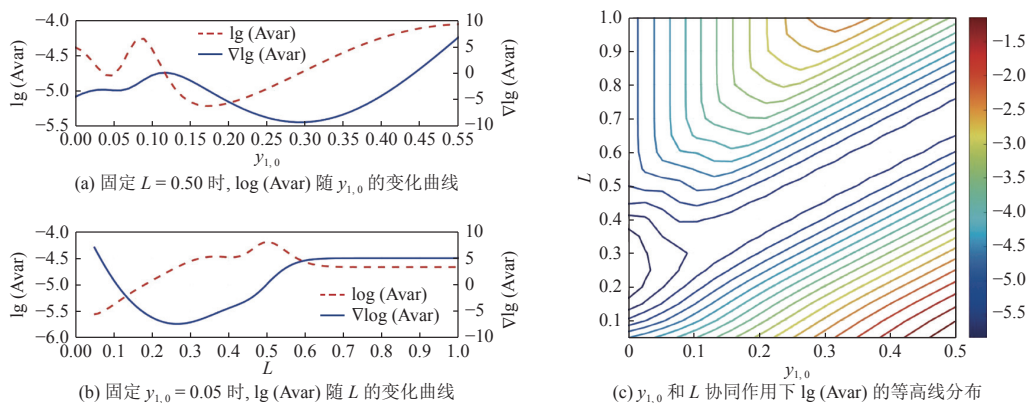
图 3 $y_{1,0}$ 和 L 对 MSP 的灵敏度分析

Figure 3 Sensitivity analysis of $y_{1,0}$ and L on MSP

关注参数对 Avar 的影响，单参数分析表明， $\lg$ (Avar) 与 $y_{1,0}$ 、 L 均呈非线性关系，且均在 0.3 附近存在局部最小值 (见图 4 (a)、(b))。以 $y_{1,0}$ 为例，分析其可能原因，估计精度随数据情况变化。 $y_{1,0}$ 较小时，系统退化初期不确定性强，数据波动性大； $y_{1,0}$ 增加至转折点，系统进入退化稳定阶段，数据规律性增强； $y_{1,0}$ 较大时，系统退化后期状态不稳定，随

机因素影响主导，数据离散度高。类似地， L 进程相反，而 $L > 0.6$ 后， $\lg$ (Avar) 趋于稳定高值，反映了退化初期不确定性对估计精度的持续影响。

双参数协同作用时，在 $L > y_{1,0}$ 的前提下，根据数据情况分析估计精度变化。高 $y_{1,0}$ 低 L 组合使系统易失效，数据密集度高；低 $y_{1,0}$ 高 L 组合使系统不易失效，数据稳定完整；二者差值居中时，系统失效

图4 $y_{1,0}$ 和 L 对 $Avar$ 的灵敏度分析Figure 4 Sensitivity analysis of $y_{1,0}$ and L on $Avar$

状态不确定, 数据模糊。在不同的参数组合区域中, 等高线密度随 $y_{1,0}$ 、 L 变化不同 (见图 4(c)), 由此确定双参数对 $Avar$ 的影响具有差异性。这意味着试验设计时需要结合参数组合情况考虑双参数对 $Avar$ 的影响程度, 以便更准确地估计 MSP。

灵敏度分析结果表明, 核心双参数 $y_{1,0}$ 和 L 对 MSP 的影响近似呈线性, 而对 $Avar$ 的影响呈非线性, 且这两种影响均对这两个参数具有差异性。更进一步表明, 通常 $y_{1,0}$ 和 L 的确定对任务规划与试验设计至关重要。在任务规划阶段, 可依据图 3(c) 平衡双参数, 例如, 当 $y_{1,0}$ 不可避免较高时, 需要将 L 至少设置在 0.7 水平, 以保证 $MSP > 0.8$; 在试验设计阶段, 可依据图 4(c) 提高估计精度, 例如, 当 $y_{1,0}$ 固定时, 选择 L 使 $L - y_{1,0} \approx 0.3$ 可最小化估计方差。

上述数值案例分析验证了多阶段任务系统 ADT 优化设计方法的有效性。结果表明, 任务参数 (各阶段负载水平、持续时长) 显著影响最优方案选择; 最优方案在设计条件下可以实现参数估计方差最小化; 折衷方案通过灵活调整试验资源分配, 为实际工程提供了可扩展的次优解决方案; 有限样本下该渐近方差仍然有效; 事先确定系统的初始状态和失效界限是任务部署和试验安排的关键保障。

5 结论

本研究针对面向多阶段任务系统的 ADT 方案进行系统探讨。通过构建基于维纳过程的退化模型, 描述了系统在执行不同负载水平和持续时间下的多阶段任务的退化过程, 并据此建立了 MSP 可靠性评估指标模型。针对当前研究在试验优化设计

预测多阶段任务系统可靠性方面的不足, 本研究提出运用基于大样本近似的试验方案优化方法, 通过合理安排加速应力水平设置、试验元件分配比例及检测间隔时间规划等, 实现了在有限试验条件下对系统可靠性的高效、准确评估。

研究结果显示, 任务参数对最优试验方案的选择具有显著影响。数值案例分析验证了所提出优化方法的有效性, 并揭示了任务和模型参数变化对试验设计的影响规律。同时, 考虑实际工程中试验资源的限制, 本研究提出两类折衷规则, 为决策者提供了在不同约束条件下的灵活选择。这些成果不仅深化了对多阶段任务系统可靠性评估的理解, 也为工程实践提供了科学理论依据。

未来研究可考虑退化过程中误差项的相关性, 如传动机制或环境变化对不同阶段退化噪声的耦合影响, 完善多阶段任务系统的可靠性建模; 研究异质扩散系数的影响, 将扩散系数与应力水平的线性或非线性关系纳入模型, 以更精准刻画不同应力下随机波动对退化路径的作用, 提升试验设计的工程适应性。此外, 现有研究多聚焦于任务执行至指定结束时刻的 MSP 指标, 而实际中任务可能因故中断。因此, 任务完成比例 (mission fulfillment proportion, MFP) 等针对可中断任务的系统可靠性评估指标是未来研究中值得探讨的内容。探究任务中断情况下系统性能评估方法, 有助于更全面地理解多阶段任务系统的可靠性行为。

参考文献:

- [1] WINOKUR H S, GOLDSTEIN L J. Analysis of mission-oriented systems[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1969, 18(4): 144-148.

- [2] ZHAO X, HE Z D, WU Y G, et al. Joint optimization of condition-based performance control and maintenance policies for mission-critical systems[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2022, 226: 108655.
- [3] 吕济民. 大型多阶段任务系统可靠性的模块化分析方法[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2016.
- [4] LI X Y, LI H, XIONG X Y, et al. Reliability modeling of multi-state phased mission systems with random phase durations and dynamic combined phases[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2025, 253: 110524.
- [5] 孙尧, 孙志礼, 周杰, 等. 多状态多阶段任务系统的可靠度理论计算方法[J]. *东北大学学报 (自然科学版)*, 2022, 43(5): 689-695.
- SUN Yao, SUN Zhili, ZHOU Jie, et al. Theoretical calculation method of reliability for multi-state phased- mission systems[J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2022, 43(5): 689-695.
- [6] ZHANG J R, FANG Z G, DONG W J, et al. A mission success probability assessment framework for phased- mission-systems using extended graphical evaluation and review technique[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2024, 249: 110248.
- [7] 曹文斌, 贾希胜, 胡起伟, 等. 随机多阶段任务成功概率仿真评估研究[J]. *兵工学报*, 2017, 38(5): 1002-1010.
- CAO Wenbin, JIA Xisheng, HU Qiwei, et al. Research on simulation of mission completion success probability assessment for random phased-mission[J]. *Acta Armamentarii*, 2017, 38(5): 1002-1010.
- [8] 曹畔畔, 罗长远. 可修多阶段任务系统成功概率评估模型[J]. *系统工程*, 2016, 34(2): 138-143.
- CAO Panpan, LUO Changyuan. Evaluation model of mission success probability for repairable phased-mission systems[J]. *Systems Engineering*, 2016, 34(2): 138-143.
- [9] LUO X F, GUO L H, BAI X, et al. A multi-phase mission success evaluation approach for maritime autonomous surface ships considering equipment performance degradation and system composition changes[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2025, 254(Part A): 110604.
- [10] WANG J Y, JIANG P, QI J J. A planning method for operational test of UAV swarm based on mission reliability[J]. *Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2024, 140(2): 1889-1918.
- [11] LI J F, CHEN Y X, CAI Z Y, et al. A dynamic condition-based maintenance optimization model for mission-oriented system based on inverse Gaussian degradation process[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2022, 33(2): 474-488.
- [12] ZHENG R, ZHAO X F, HU C M, et al. A repair- replacement policy for a system subject to missions of random types and random durations[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2023, 232: 109063.
- [13] 赵秀杰. 基于多种使用模式的加速退化试验方案优化[J]. *工业工程与管理*, 2022, 27(3): 183-192.
- ZHAO Xiujie. Accelerated degradation test planning under multiple usage modes[J]. *Industrial Engineering and Management*, 2022, 27(3): 183-192.
- [14] WANG P P, TANG Y C, BAE S J, et al. Bayesian analysis of two-phase degradation data based on change-point Wiener process[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, 170: 244-256.
- [15] WEN Y X, WU J G, DEVASHISH D, et al. Degradation modeling and RUL prediction using Wiener process subject to multiple change points and unit heterogeneity[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2018, 176: 113-124.
- [16] KANG R, GONG W J, CHEN Y X. Model-driven degradation modeling approaches: Investigation and review[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2020, 33(4): 1137-1153.
- [17] ZHAO X J, CHEN P, LV S S, et al. Reliability testing for product return prediction[J]. *European Journal of Operational Research*, 2023, 304(3): 1349-1363.
- [18] WHITTLE P. Some general points in the theory of optimal experimental design[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1973, 35(1): 123-130.

(责任编辑: 郑穗华)